Racines carrées d'un nombre complexe

$$z^2 = a + ib$$

Exemple d'application de la recherche de FORMAV au domaine de l'e-learning :

- génération d'exercices corrigés à données aléatoires
- création de support de cours animés à destination de l'enseignant
- vidéos explicatives

FORMAV

martine.arrou-vignod@formav.fr

31 mai 2017

FORMAV Ingénierie de formation

Cliquer sur les liens pour accéder à la page désirée

Ce document sous forme d'animation est à destination de l'enseignant pour une utilisation en présentiel

- L'enseignant pourra développer l'animation au rythme de son discours
- Ce document est à ouvrir de préférence avec TeXworks

Ce document n'est pas à l'usage de l'apprenant qui a à sa disposition

- des vidéos avec commentaires sur l'organigramme
  - Méthode
  - exercice n°1
  - exercice n°2
  - exercice n°3
- un module d'e-learning dans lequel les vidéos sont intégrées
  - e-learning
- des exercices résultats de notre recherche sur la génération d'exercices corrigés à données aléatoires.
  - exercices

Ce document est mis à votre disposition par la société FORMAV

- Il résulte de notre recherche sur la pédagogie, l'animation et la génération d'exercices à données aléatoires
- Vous pouvez l'utiliser pour tout usage non commercial
- Pour un usage commercial contacter martine arrou-vignod
- Ce document est protégé par le copyright
- Tous les liens externes sont en bleu : exemple FORMAV vous permet d'accéder directement en cliquant dessus au site de FORMAV.
- Le navigateur Firefox est conseillé pour lire ce document en ligne

Pour toutes remarques sur ce document ou si vous désirez plus de renseignements sur nos formations, notre e-learning, contacter Martine Arrou-Vignod

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z$$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \Longleftrightarrow$$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \Longleftrightarrow (x + iy)^2 = a + ib$$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = a + ib \iff$$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \Longleftrightarrow (x + iy)^2 = a + ib \Longleftrightarrow x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \Longleftrightarrow (x + iy)^2 = a + ib \Longleftrightarrow x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Ce qui donne

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \Longleftrightarrow (x+iy)^2 = a + ib \Longleftrightarrow x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \Longleftrightarrow (x+iy)^2 = a + ib \Longleftrightarrow x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules $|z^2| = |Z|$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = a + ib \iff x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules $|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \Longleftrightarrow (x+iy)^2 = a + ib \Longleftrightarrow x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules $|z^2| = |Z| \Longleftrightarrow x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$

On obtient le système

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = a + ib \iff x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules $|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \qquad (S1)$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2 + b^2} & (1) + (3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2 + b^2} & -(1) + (3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2 + b^2} & (1) + (3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2 + b^2} & -(1) + (3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff$$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2+b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2+b^2} & (1)+(3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2+b^2} & -(1)+(3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm\frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2+b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2+b^2} & (1)+(3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2+b^2} & -(1)+(3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm\frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

l'équation (2) permet de déterminer les signes de x et y

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2+b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2+b^2} & (1)+(3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2+b^2} & -(1)+(3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm\frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

l'équation (2) permet de déterminer les signes de x et y
$b > 0 \Rightarrow$ x et y sont de même signe

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2+b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2+b^2} & (1)+(3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2+b^2} & -(1)+(3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm\frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

l'équation (2) permet de déterminer les signes de x et y

$b > 0 \Rightarrow$ x et y sont de même signe

$$z_1 = \frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} + i\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \qquad z_2 = -z_1$$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2+b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2+b^2} & (1)+(3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2+b^2} & -(1)+(3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm\frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

l'équation (2) permet de déterminer les signes de x et y

$b > 0 \Rightarrow$ x et y sont de même signe

$$z_1 = \frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} + i\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \qquad z_2 = -z_1$$

$b < 0 \Rightarrow$ x et y sont de signe contraire

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2+b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2+b^2} & (1)+(3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2+b^2} & -(1)+(3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm\frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

l'équation (2) permet de déterminer les signes de x et y

$b > 0 \Rightarrow$ x et y sont de même signe

$$z_1 = \frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} + i\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \qquad z_2 = -z_1$$

$b < 0 \Rightarrow$ x et y sont de signe contraire

$$z_1 = -\frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} + i\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \qquad z_2 = -z_1$$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2+b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2+b^2} & (1)+(3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2+b^2} & -(1)+(3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm\frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

l'équation (2) permet de déterminer les signes de x et y

$b > 0 \Rightarrow$ x et y sont de même signe

$$z_1 = \frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} + i\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \qquad z_2 = -z_1$$

$b < 0 \Rightarrow$ x et y sont de signe contraire

$$z_1 = -\frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} + i\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \qquad z_2 = -z_1$$

Utiliser la molette de la souris,les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = a + ib \iff x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules $|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \quad (S1)$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2+b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2+b^2} & (1)+(3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2+b^2} & -(1)+(3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm\frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

l'équation (2) permet de déterminer les signes de x et y

$b > 0 \Rightarrow$ x et y sont de même signe

$$z_1 = \frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} + i\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \qquad z_2 = -z_1$$

$b < 0 \Rightarrow$ x et y sont de signe contraire

$$z_1 = -\frac{\sqrt{a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} + i\frac{\sqrt{-a+\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{2}} \qquad z_2 = -z_1$$

Vous trouverez dans les pages suivantes 20 exercices corrigés.

- Les données des exercices ont été générées aléatoirement.
- La solution des exercices et les graphiques sont obtenus à partir d'algorithmes de calculs.
- Le but est de fournir à l'apprenant et à l'enseignant des batteries d'exercices différents sur un thème donné.
- La génération d'exercices aléatoires peut permettre à l'enseignant de proposer des sujets de contrôle différents à chaque élève et de disposer d'une solution pour chaque sujet.
- Si vous souhaitez d'autres exercices sur ce thème ou d'autres sujets contacter martine arrou-vignod

Premier exercice

Exercice n° 1 :

- Calculer les racines carrées de $Z = -1$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 1 Calculer les racines carrées de $Z = -1$

Solution de l'exercice n° 1 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -1$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = -1 \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -1$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = -1 \\ 2xy = 0 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = -1 \\ 2xy = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 1 Calculer les racines carrées de $Z = -1$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -1 & (1) \\ 2xy = 0 & (2) \\ x^2 + y^2 = 1 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

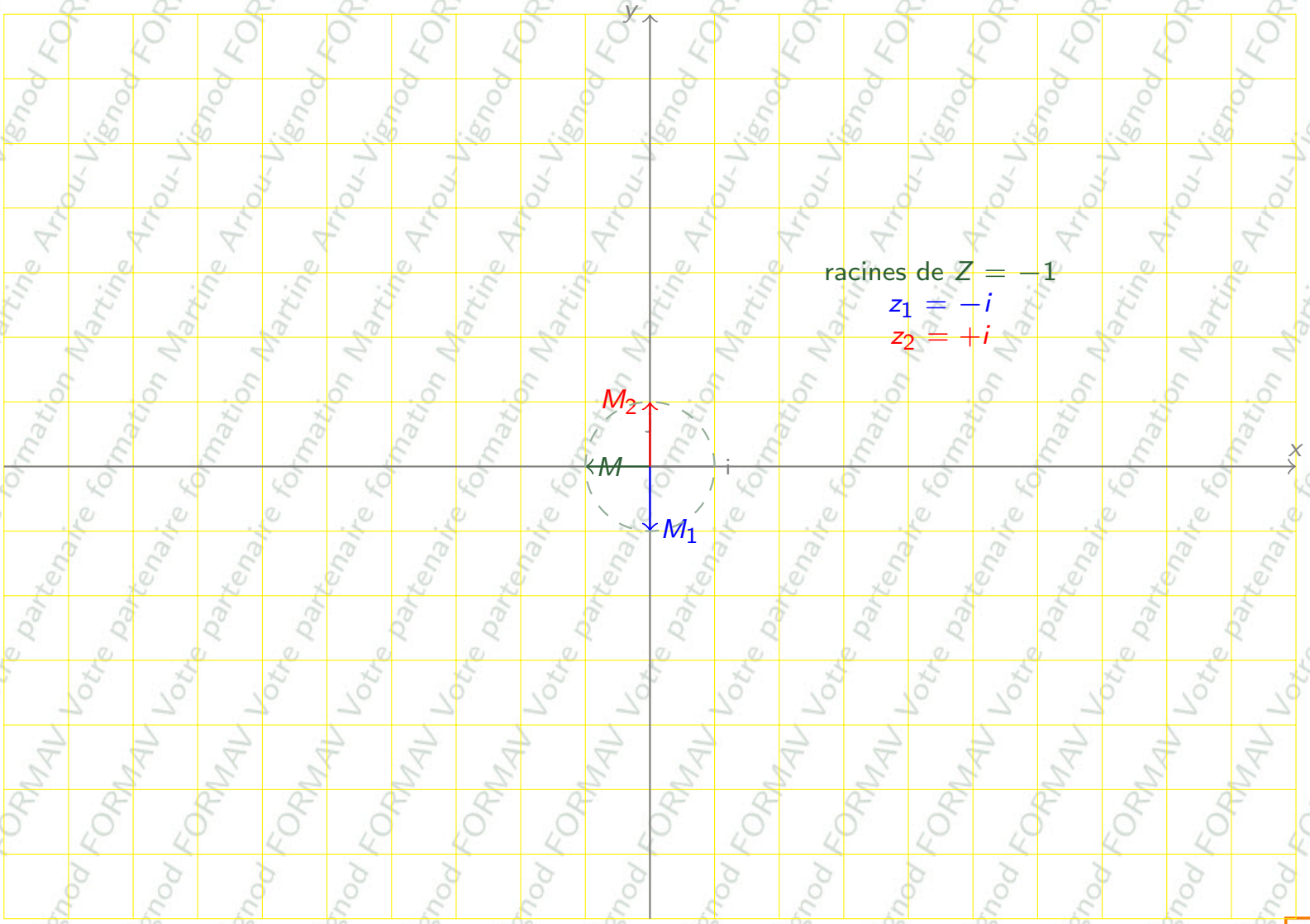
$$\begin{cases} x^2 = 0 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 1 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 0 & (2) \end{cases}$$

$2xy \leq 0 \rightarrow x$ et y sont de signe contraire

Les racines de $Z = -1$ sont :

$z_1 = -i$ $z_2 = +i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -1$



Exercice n° 2 :

- Calculer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 2 Calculer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$

Solution de l'exercice n° 2 :

Déterminer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = Z = 3 + 4i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = 3 + 4i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2xy = 4 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2xy = 4 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 2 Calculer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 & (1) \\ 2xy = 4 & (2) \\ x^2 + y^2 = 5 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

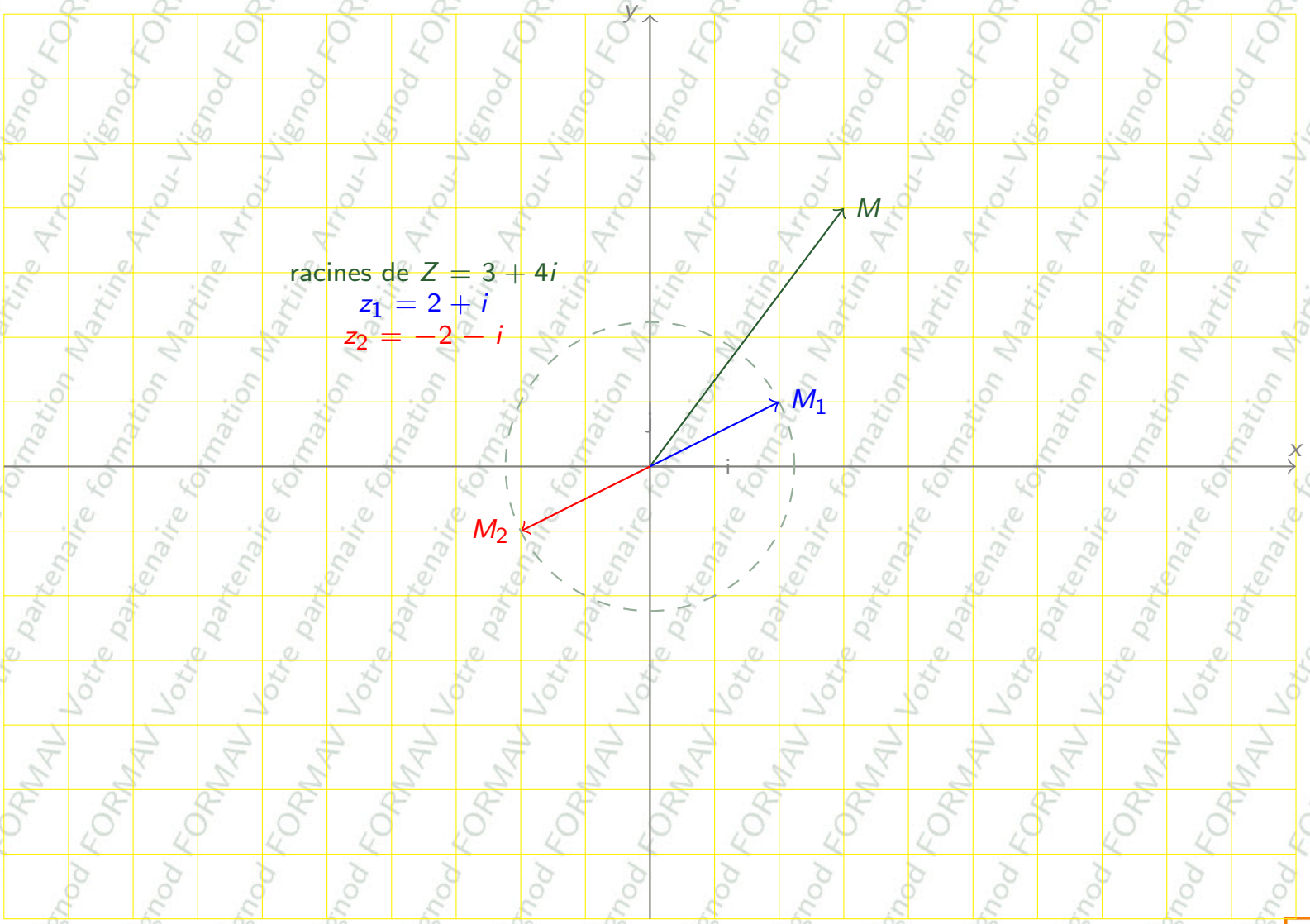
$$\begin{cases} x^2 = 4 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 1 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 4 & (2) \end{cases}$$

$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = 3 + 4i$ sont :

$z_1 = 2 + i$ $\quad$ $z_2 = -2 - i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = 3 + 4i$



Exercice n° 3 :

- Calculer les racines carrées de $Z = +8i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 3 Calculer les racines carrées de $Z = +8i$

Solution de l'exercice n° 3 :

Déterminer les racines carrées de $Z = +8i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = +8i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = +8i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = 8 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{0^2 + 8^2} = 8$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = 8 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 3

Calculer les racines carrées de $Z = +8i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 & (1) \\ 2xy = 8 & (2) \\ x^2 + y^2 = 8 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

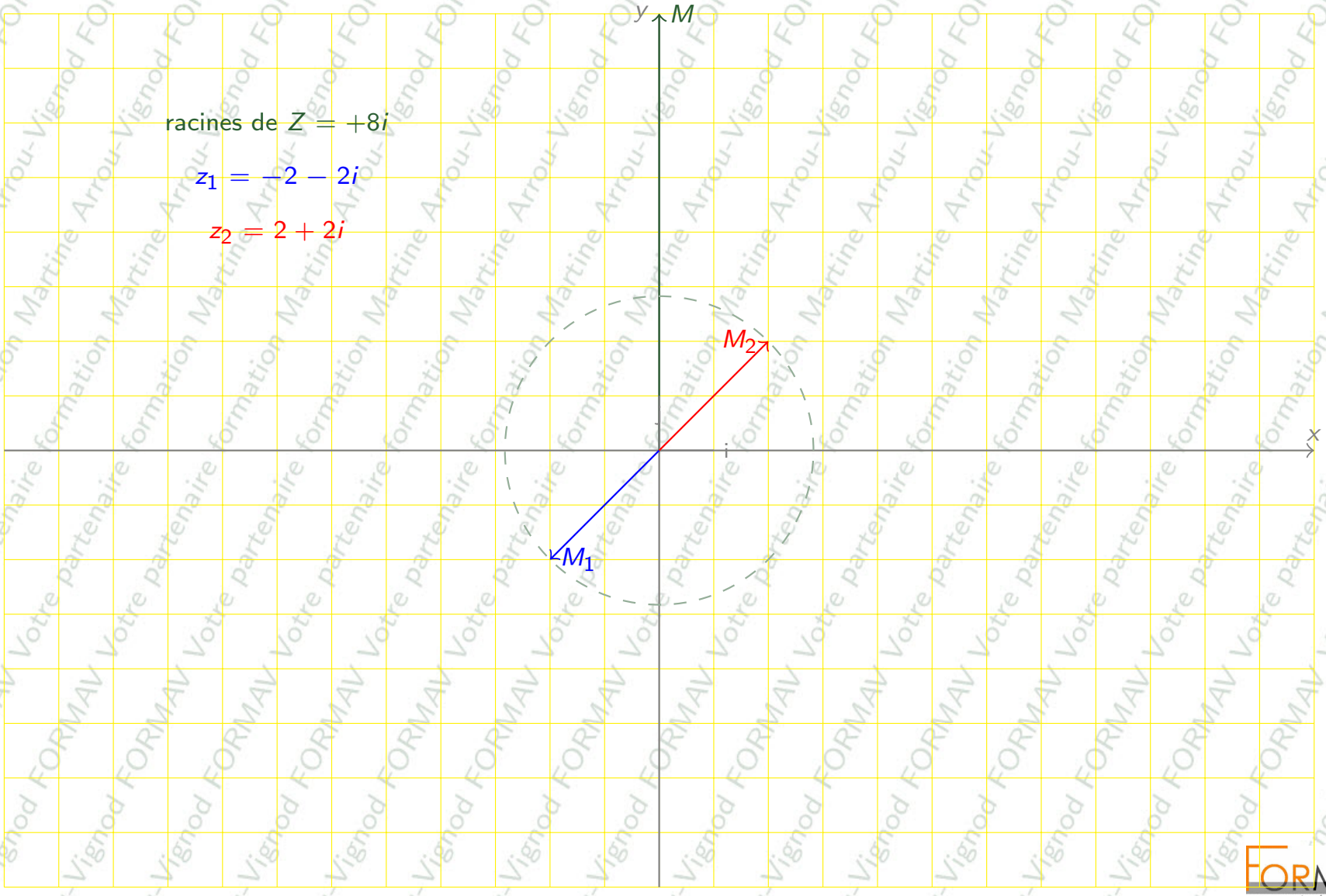
$$\begin{cases} x^2 = 4 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 4 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 8 & (2) \end{cases}$$

$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = +8i$ sont :

$z_1 = -2 - 2i \qquad z_2 = 2 + 2i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = +8i$



Exercice n° 4 :

- Calculer les racines carrées de $Z = 7 + 24i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 4 Calculer les racines carrées de $Z = 7 + 24i$

Solution de l'exercice n° 4 :

Déterminer les racines carrées de $Z = 7 + 24i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = 7 + 24i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = 7 + 24i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = 7 \\ 2xy = 24 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = 7 \\ 2xy = 24 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 4

Calculer les racines carrées de $Z = 7 + 24i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = 7 & (1) \\ 2xy = 24 & (2) \\ x^2 + y^2 = 25 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

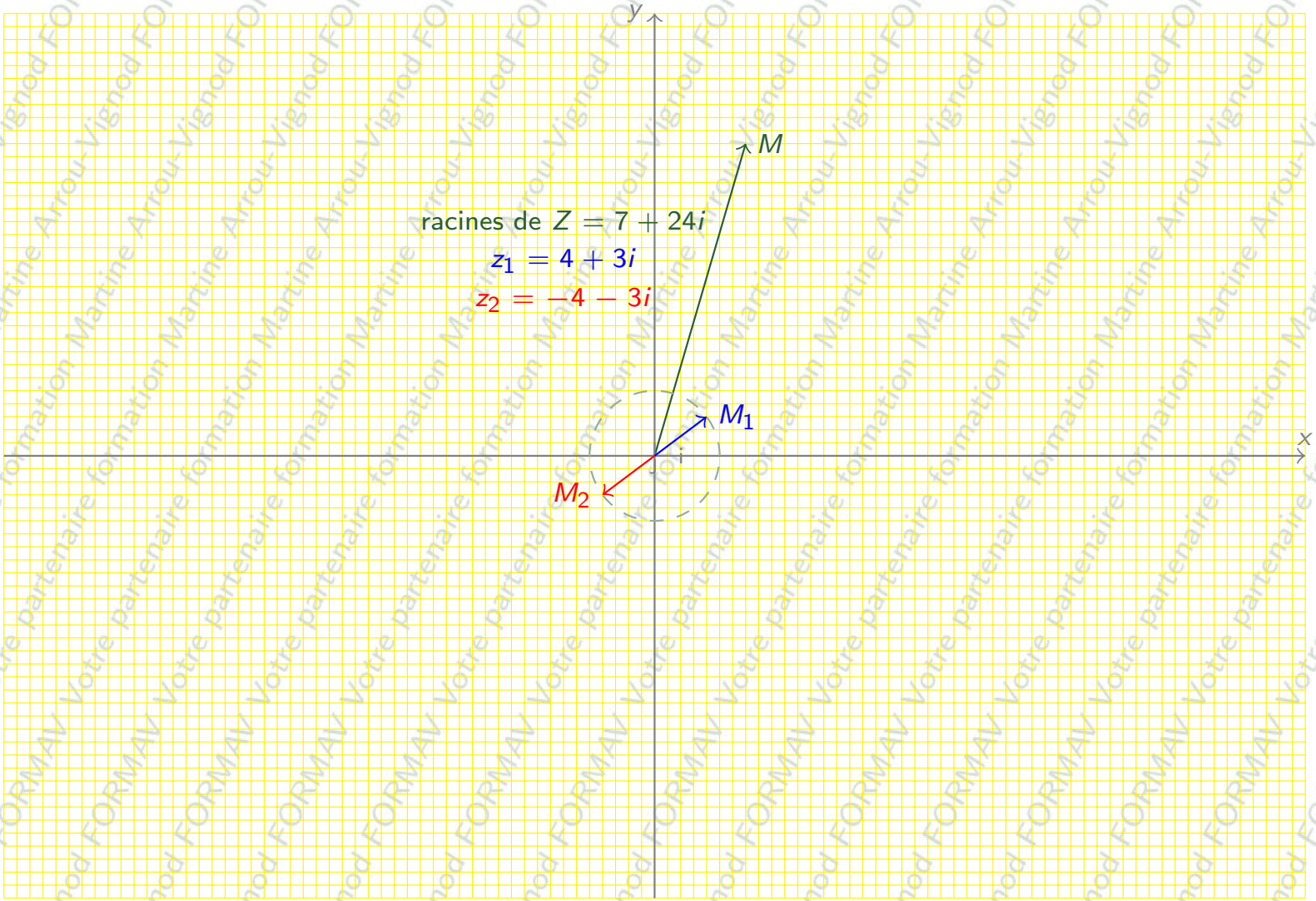
$$\begin{cases} x^2 = 16 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 9 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 24 & (2) \end{cases}$$

$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = 7 + 24i$ sont :

$z_1 = 4 + 3i \qquad z_2 = -4 - 3i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = 7 + 24i$



Exercice n° 5 :

- Calculer les racines carrées de $Z = 5 + 12i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 5 Calculer les racines carrées de $Z = 5 + 12i$

Solution de l'exercice n° 5 :

Déterminer les racines carrées de $Z = 5 + 12i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = 5 + 12i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = 5 + 12i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ 2xy = 12 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ 2xy = 12 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 5

Calculer les racines carrées de $Z = 5 + 12i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = 5 & (1) \\ 2xy = 12 & (2) \\ x^2 + y^2 = 13 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

$$\begin{cases} x^2 = 9 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 4 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 12 & (2) \end{cases}$$

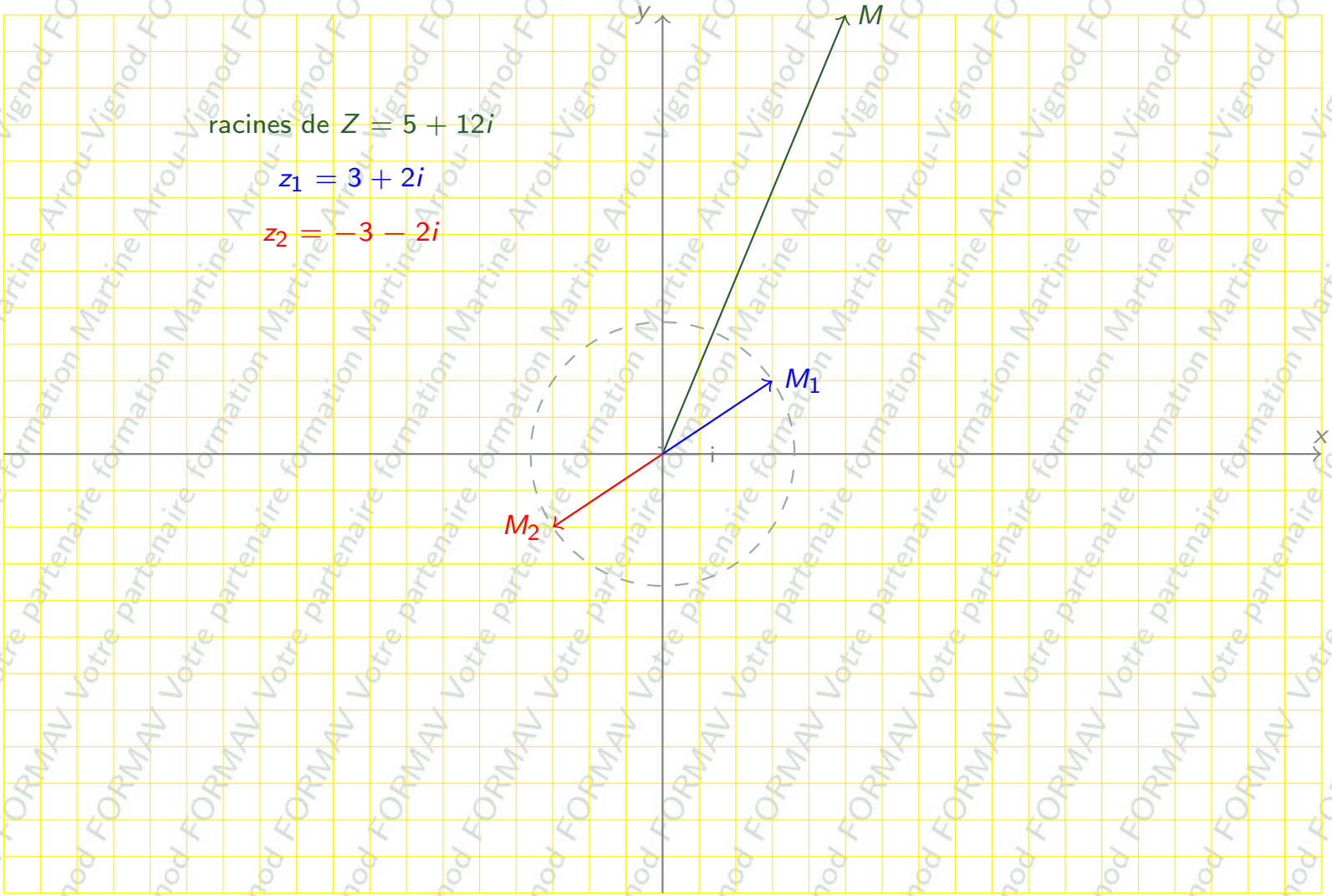
$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = 5 + 12i$ sont :

$z_1 = 3 + 2i \qquad z_2 = -3 - 2i$

retour | représentation graphique

Représentation graphique des racines carrées de $Z = 5 + 12i$



Exercice n° 6 :

- Calculer les racines carrées de $Z = +8i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 6 Calculer les racines carrées de $Z = +8i$

Solution de l'exercice n° 6 :

Déterminer les racines carrées de $Z = +8i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = +8i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = +8i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = 8 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{0^2 + 8^2} = 8$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = 8 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 6

Calculer les racines carrées de $Z = +8i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 & (1) \\ 2xy = 8 & (2) \\ x^2 + y^2 = 8 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

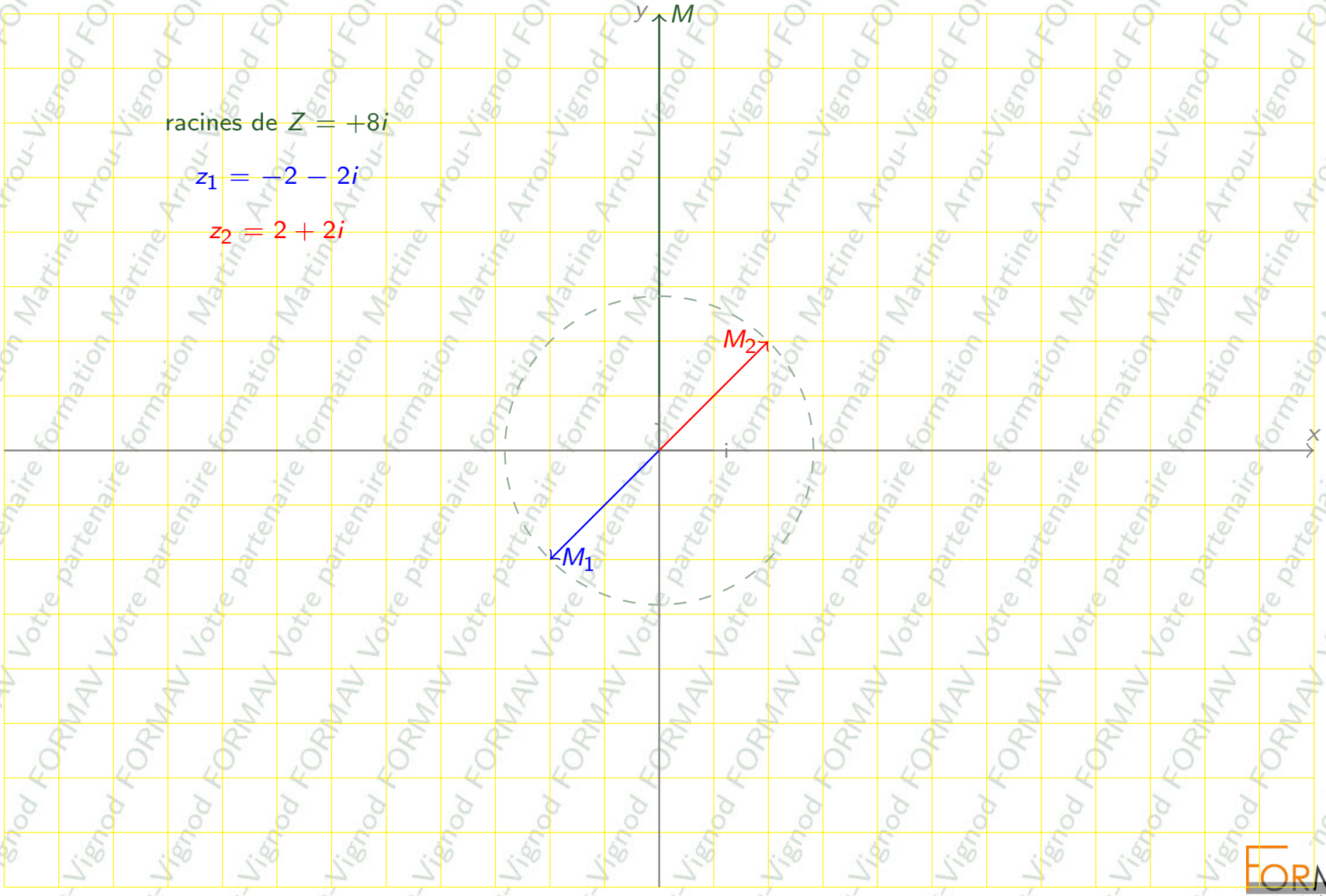
$$\begin{cases} x^2 = 4 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 4 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 8 & (2) \end{cases}$$

$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = +8i$ sont :

$z_1 = -2 - 2i \qquad z_2 = 2 + 2i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = +8i$



Exercice n° 7 :

- Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 7 Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

Solution de l'exercice n° 7 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = -5 + 12i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -5 + 12i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 7

Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 & (1) \\ 2xy = 12 & (2) \\ x^2 + y^2 = 13 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

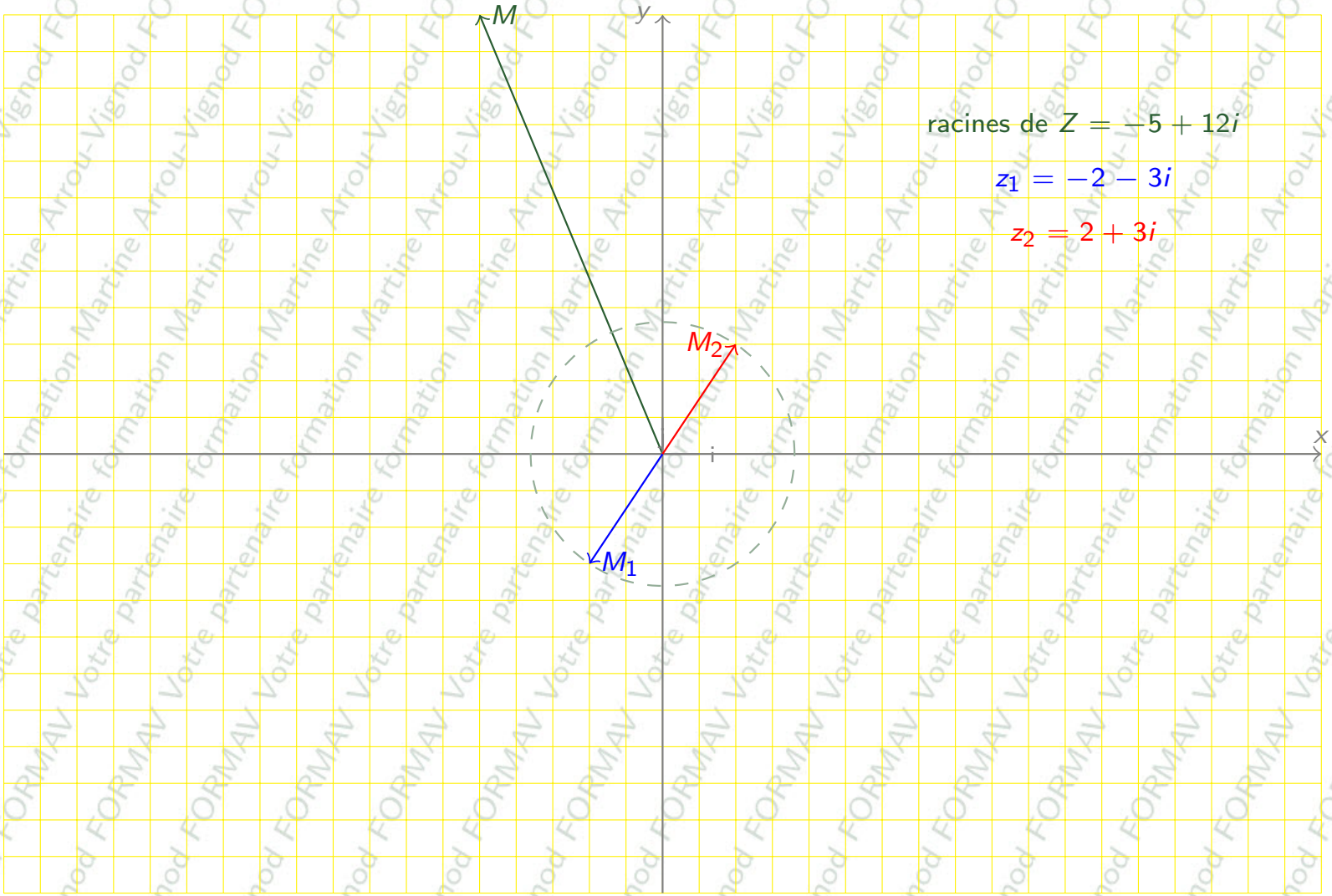
$$\begin{cases} x^2 = 4 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 9 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 12 & (2) \end{cases}$$

$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = -5 + 12i$ sont :

$z_1 = -2 - 3i \qquad z_2 = 2 + 3i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -5 + 12i$



Exercice n° 8 :

- Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 8 Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

Solution de l'exercice n° 8 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = -5 + 12i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -5 + 12i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 8

Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 & (1) \\ 2xy = 12 & (2) \\ x^2 + y^2 = 13 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

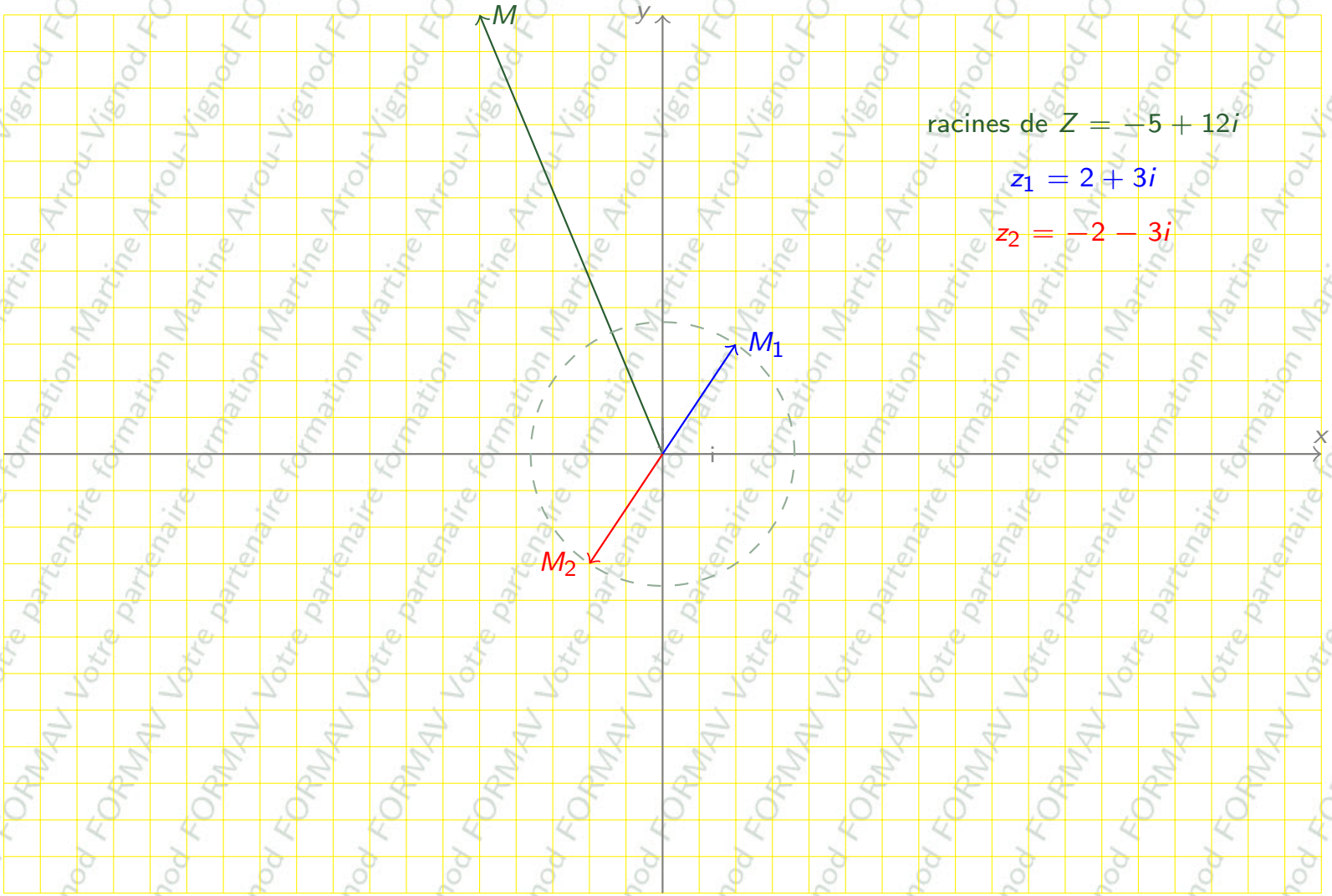
$$\begin{cases} x^2 = 4 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 9 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 12 & (2) \end{cases}$$

$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = -5 + 12i$ sont :

$z_1 = 2 + 3i \qquad z_2 = -2 - 3i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -5 + 12i$



Exercice n° 9 :

- Calculer les racines carrées de $Z = -1$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 9 Calculer les racines carrées de $Z = -1$

Solution de l'exercice n° 9 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -1$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = -1 \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -1$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = -1 \\ 2xy = 0 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = -1 \\ 2xy = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 9

Calculer les racines carrées de $Z = -1$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -1 & (1) \\ 2xy = 0 & (2) \\ x^2 + y^2 = 1 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

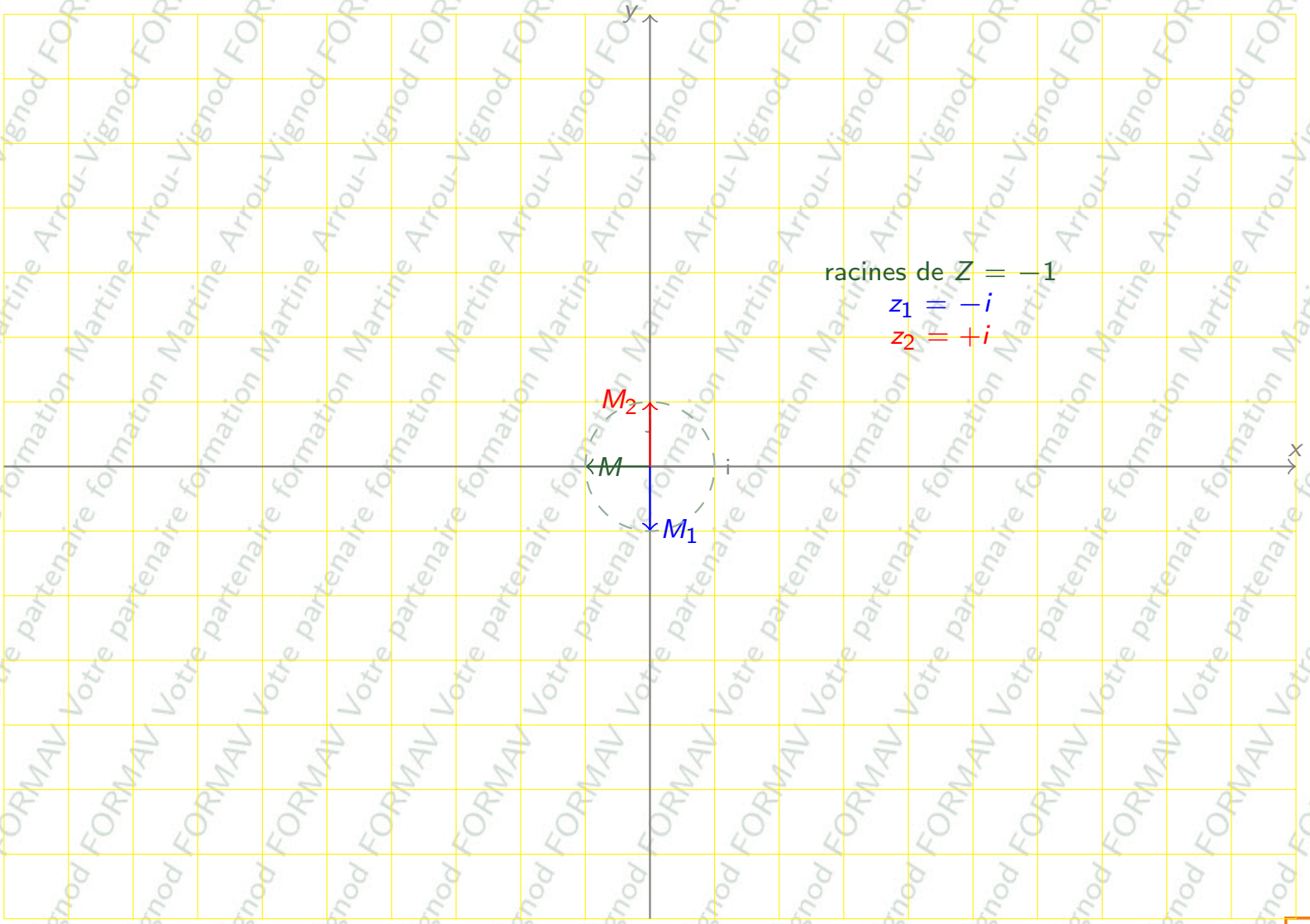
$$\begin{cases} x^2 = 0 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 1 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 0 & (2) \end{cases}$$

$2xy \leq 0 \rightarrow x$ et y sont de signe contraire

Les racines de $Z = -1$ sont :

$z_1 = -i \qquad z_2 = +i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -1$



Exercice n° 10 :

- Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 10 Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

Solution de l'exercice n° 10 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = -5 + 12i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -5 + 12i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 10

Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 & (1) \\ 2xy = 12 & (2) \\ x^2 + y^2 = 13 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

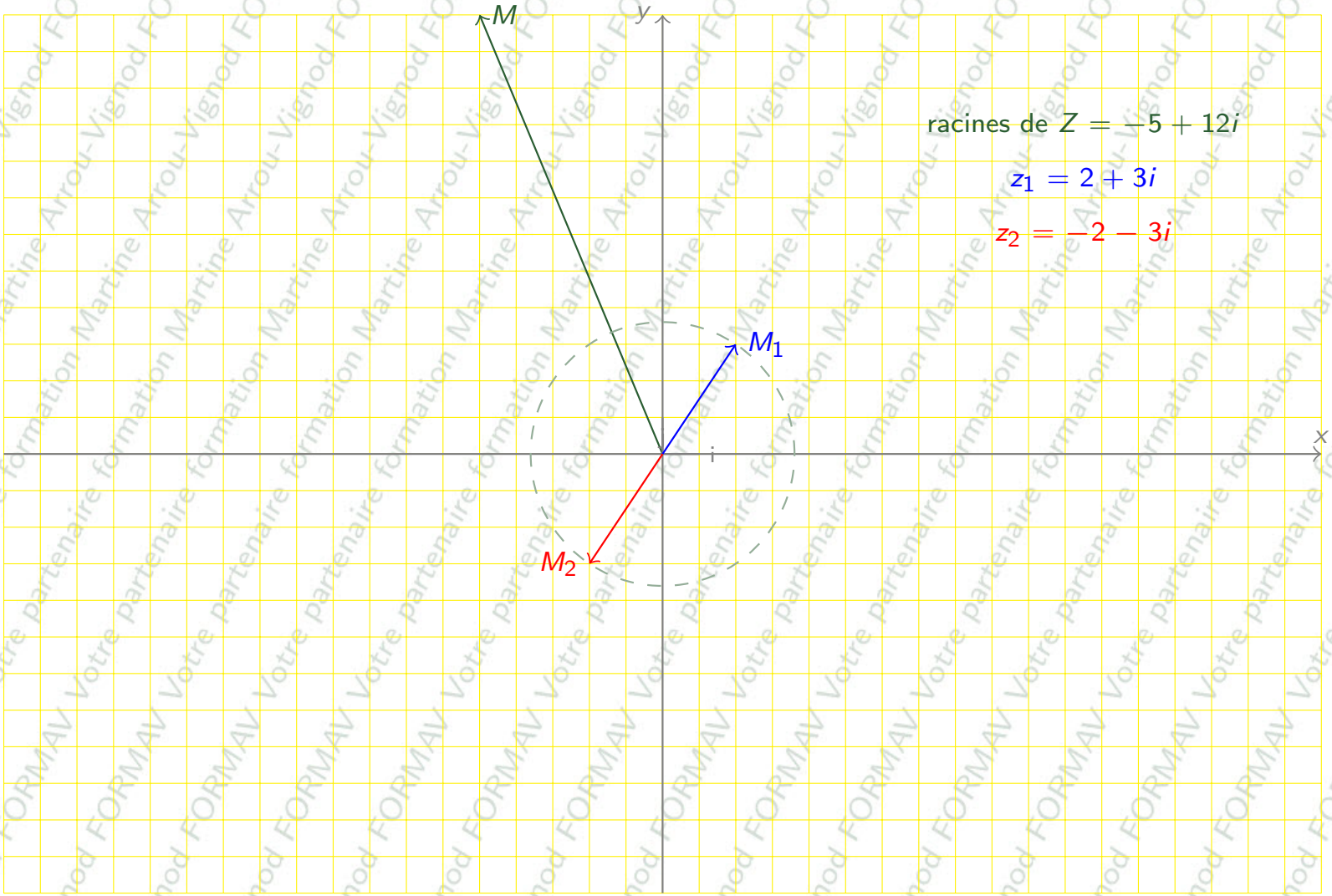
$$\begin{cases} x^2 = 4 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 9 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 12 & (2) \end{cases}$$

$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = -5 + 12i$ sont :

$z_1 = 2 + 3i \qquad z_2 = -2 - 3i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -5 + 12i$



Exercice n° 11 :

- Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 11 Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

Solution de l'exercice n° 11 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = -5 + 12i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -5 + 12i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 11

Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 & (1) \\ 2xy = 12 & (2) \\ x^2 + y^2 = 13 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

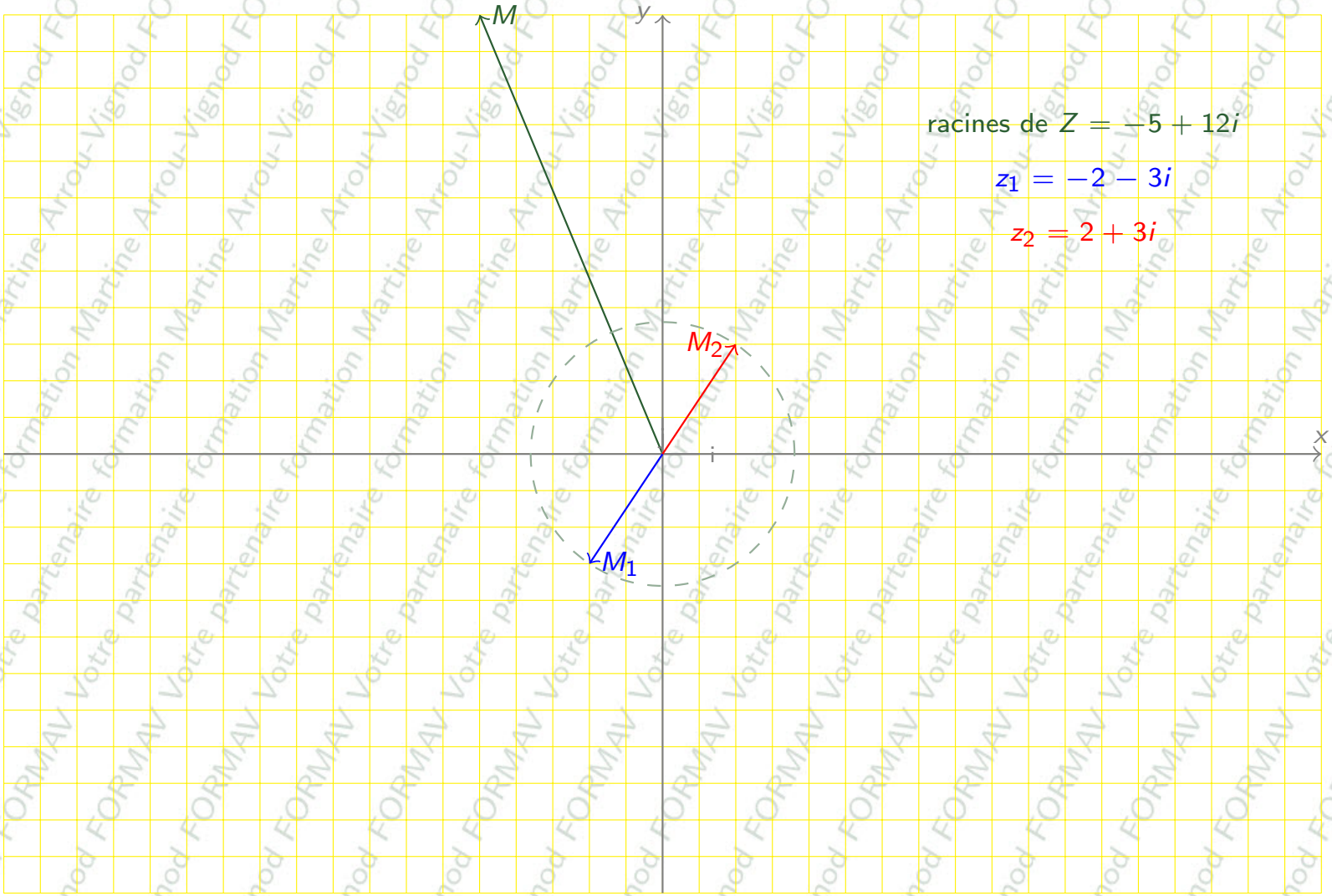
$$\begin{cases} x^2 = 4 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 9 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 12 & (2) \end{cases}$$

$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = -5 + 12i$ sont :

$z_1 = -2 - 3i \qquad z_2 = 2 + 3i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -5 + 12i$



Exercice n° 12 :

- Calculer les racines carrées de $Z = -7 + 24i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 12 Calculer les racines carrées de $Z = -7 + 24i$

Solution de l'exercice n° 12 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -7 + 24i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = -7 + 24i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -7 + 24i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = -7 \\ 2xy = 24 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = -7 \\ 2xy = 24 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 12

Calculer les racines carrées de $Z = -7 + 24i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -7 & (1) \\ 2xy = 24 & (2) \\ x^2 + y^2 = 25 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

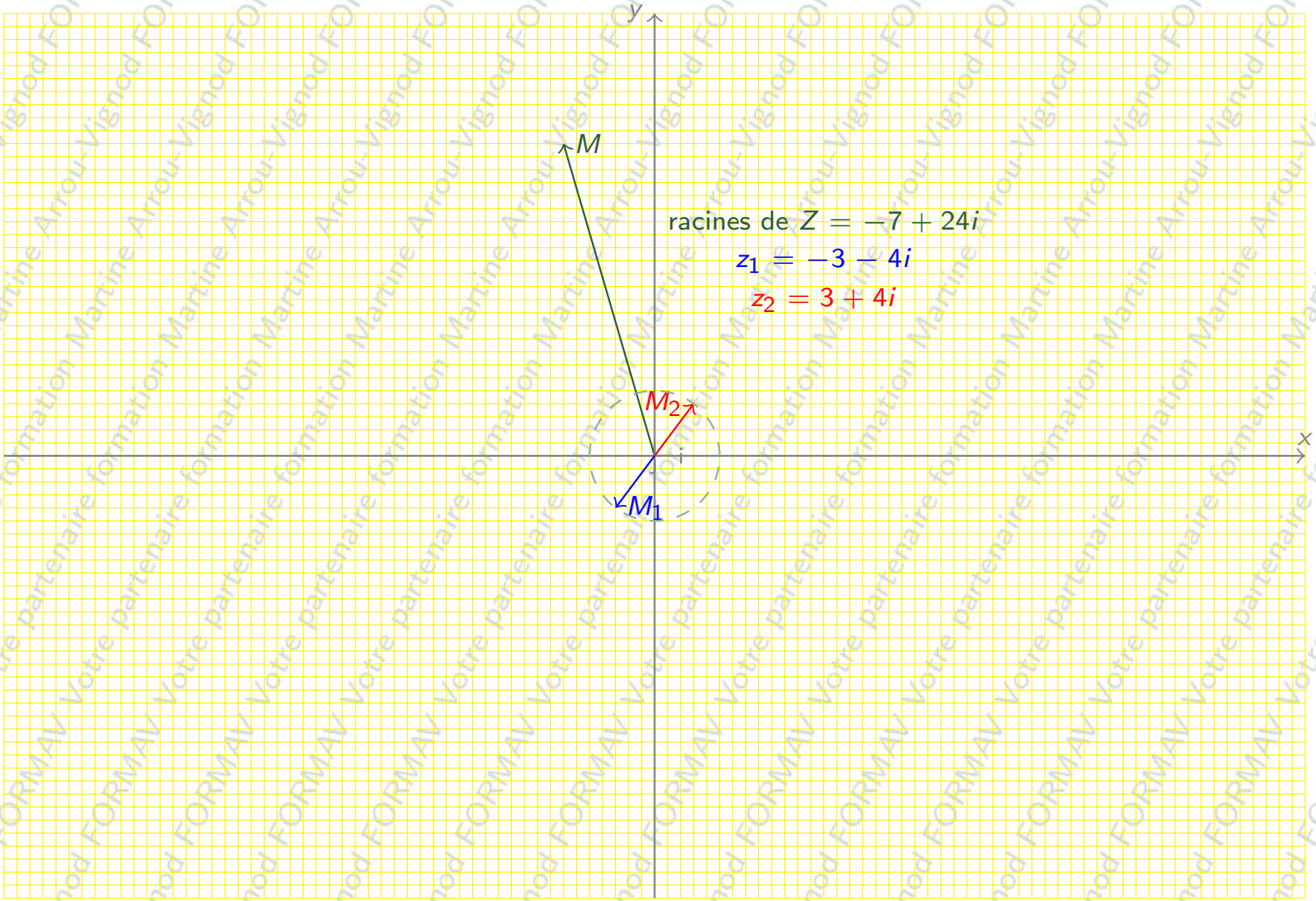
$$\begin{cases} x^2 = 9 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 16 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 24 & (2) \end{cases}$$

$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = -7 + 24i$ sont :

$z_1 = -3 - 4i \qquad z_2 = 3 + 4i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -7 + 24i$



Exercice n° 13 :

- Calculer les racines carrées de $Z = 8 - 6i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 13 Calculer les racines carrées de $Z = 8 - 6i$

Solution de l'exercice n° 13 :

Déterminer les racines carrées de $Z = 8 - 6i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = 8 - 6i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = 8 - 6i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = 8 \\ 2xy = -6 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = 8 \\ 2xy = -6 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 13

Calculer les racines carrées de $Z = 8 - 6i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = 8 & (1) \\ 2xy = -6 & (2) \\ x^2 + y^2 = 10 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

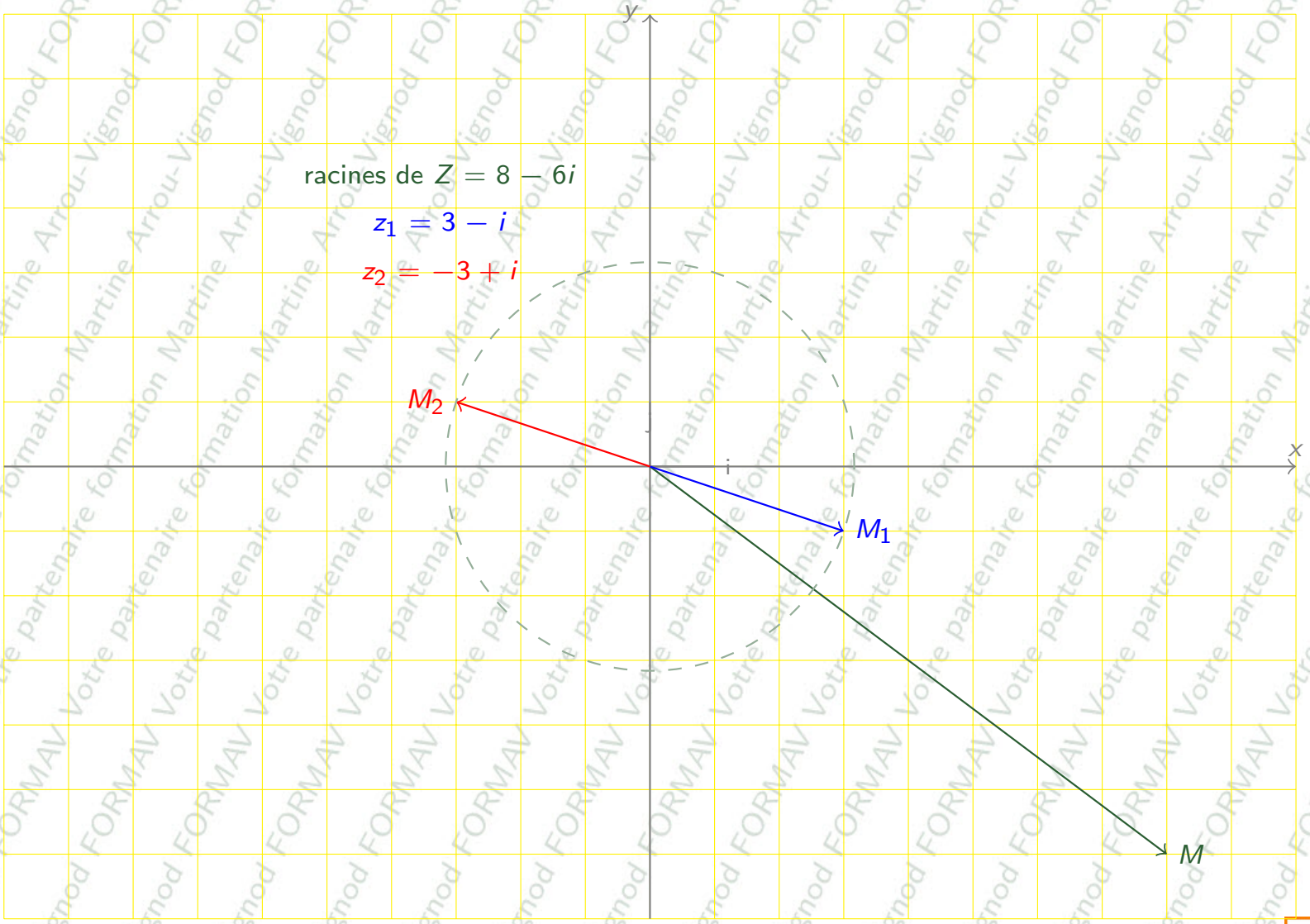
$$\begin{cases} x^2 = 9 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 1 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = -6 & (2) \end{cases}$$

$2xy \leq 0 \rightarrow x$ et y sont de signe contraire

Les racines de $Z = 8 - 6i$ sont :

$z_1 = 3 - i \qquad z_2 = -3 + i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = 8 - 6i$



Exercice n° 14 :

- Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 14 Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

Solution de l'exercice n° 14 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = -5 + 12i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -5 + 12i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 14

Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 & (1) \\ 2xy = 12 & (2) \\ x^2 + y^2 = 13 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

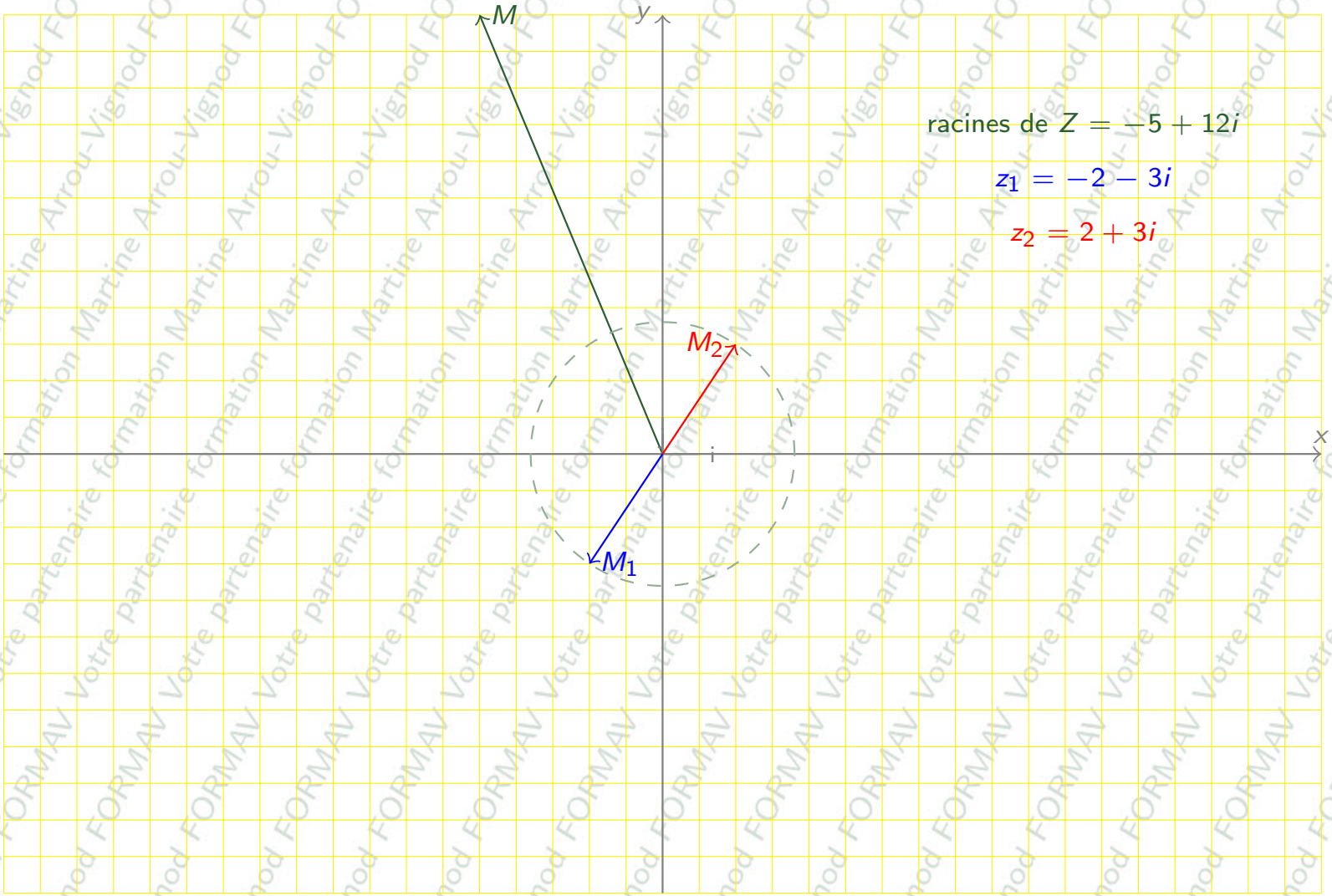
$$\begin{cases} x^2 = 4 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 9 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 12 & (2) \end{cases}$$

$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = -5 + 12i$ sont :

$z_1 = -2 - 3i \qquad z_2 = 2 + 3i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -5 + 12i$



Exercice n° 15 :

- Calculer les racines carrées de $Z = -12 + 16i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 15 Calculer les racines carrées de $Z = -12 + 16i$

Solution de l'exercice n° 15 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -12 + 16i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = -12 + 16i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -12 + 16i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = -12 \\ 2xy = 16 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = -12 \\ 2xy = 16 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 15

Calculer les racines carrées de $Z = -12 + 16i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -12 & (1) \\ 2xy = 16 & (2) \\ x^2 + y^2 = 20 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

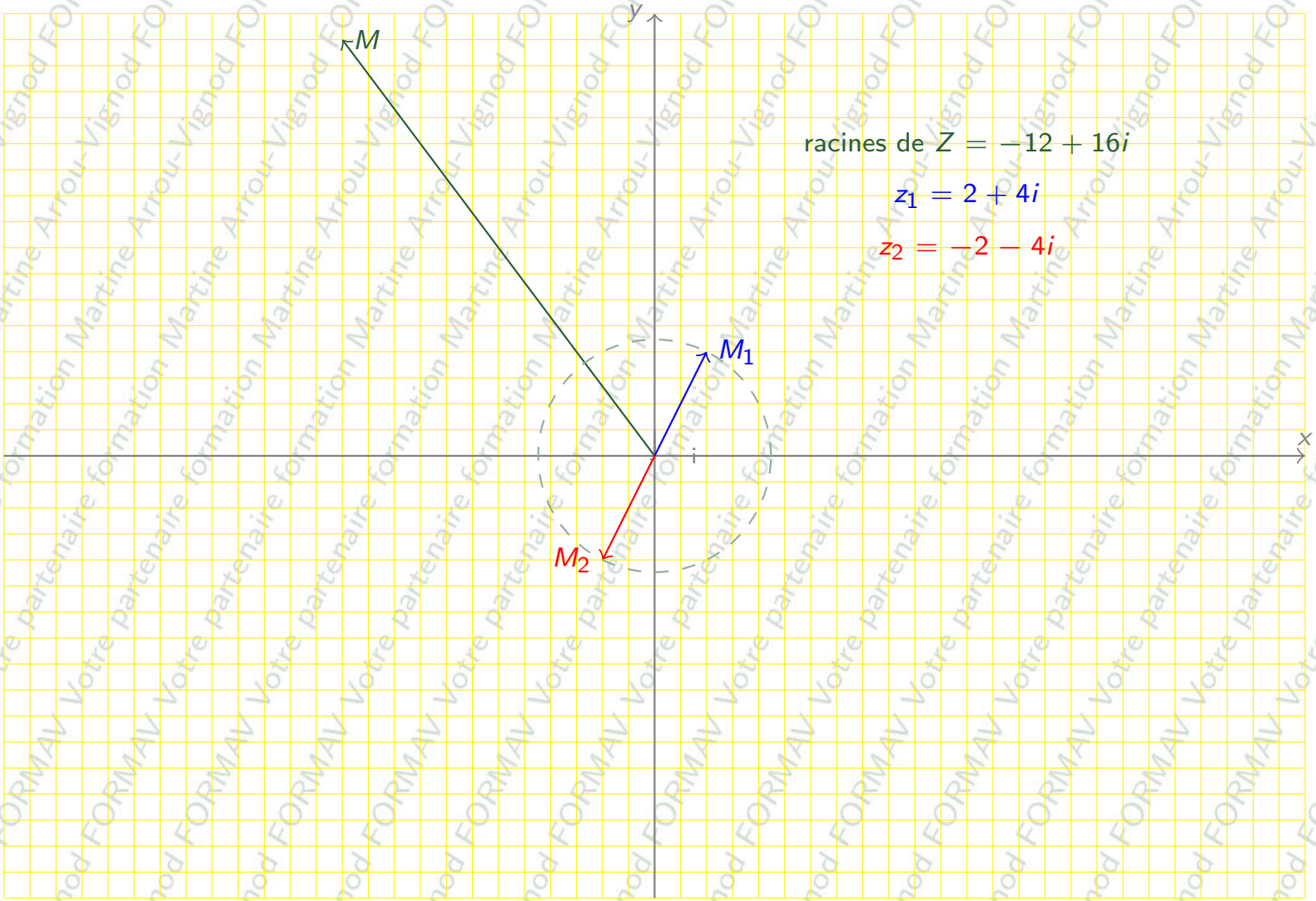
$$\begin{cases} x^2 = 4 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 16 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 16 & (2) \end{cases}$$

$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = -12 + 16i$ sont :

$z_1 = 2 + 4i \qquad z_2 = -2 - 4i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -12 + 16i$



Exercice n° 16 :

- Calculer les racines carrées de $Z = -1$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 16 Calculer les racines carrées de $Z = -1$

Solution de l'exercice n° 16 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -1$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = -1 \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -1$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = -1 \\ 2xy = 0 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = -1 \\ 2xy = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 16

Calculer les racines carrées de $Z = -1$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -1 & (1) \\ 2xy = 0 & (2) \\ x^2 + y^2 = 1 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

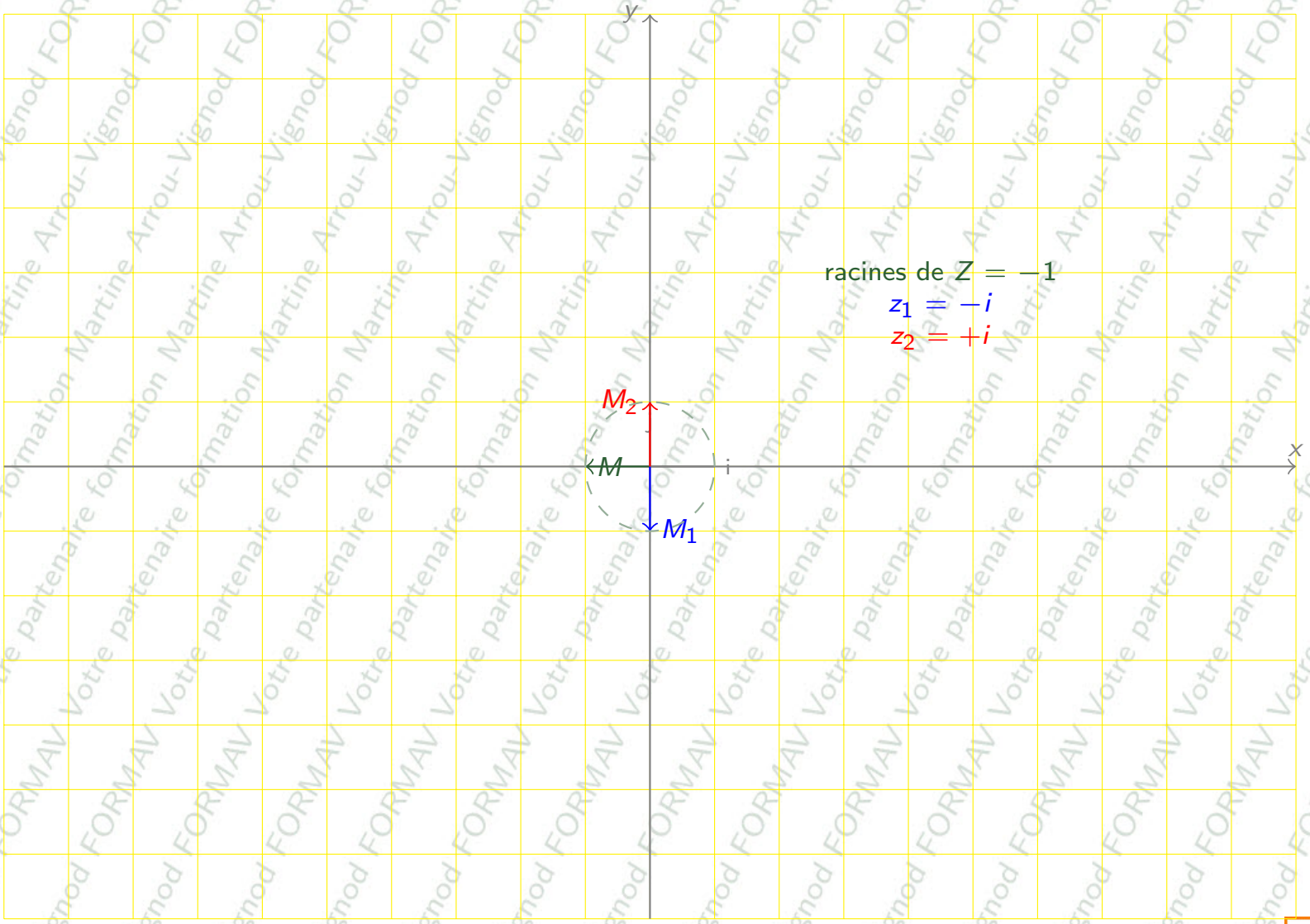
$$\begin{cases} x^2 = 0 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 1 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 0 & (2) \end{cases}$$

$2xy \leq 0 \rightarrow x$ et y sont de signe contraire

Les racines de $Z = -1$ sont :

$z_1 = -i \qquad z_2 = +i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -1$



Exercice n° 17 :

- Calculer les racines carrées de $Z = -7 + 24i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 17 Calculer les racines carrées de $Z = -7 + 24i$

Solution de l'exercice n° 17 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -7 + 24i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = -7 + 24i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -7 + 24i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = -7 \\ 2xy = 24 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = -7 \\ 2xy = 24 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 17 Calculer les racines carrées de $Z = -7 + 24i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -7 & (1) \\ 2xy = 24 & (2) \\ x^2 + y^2 = 25 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

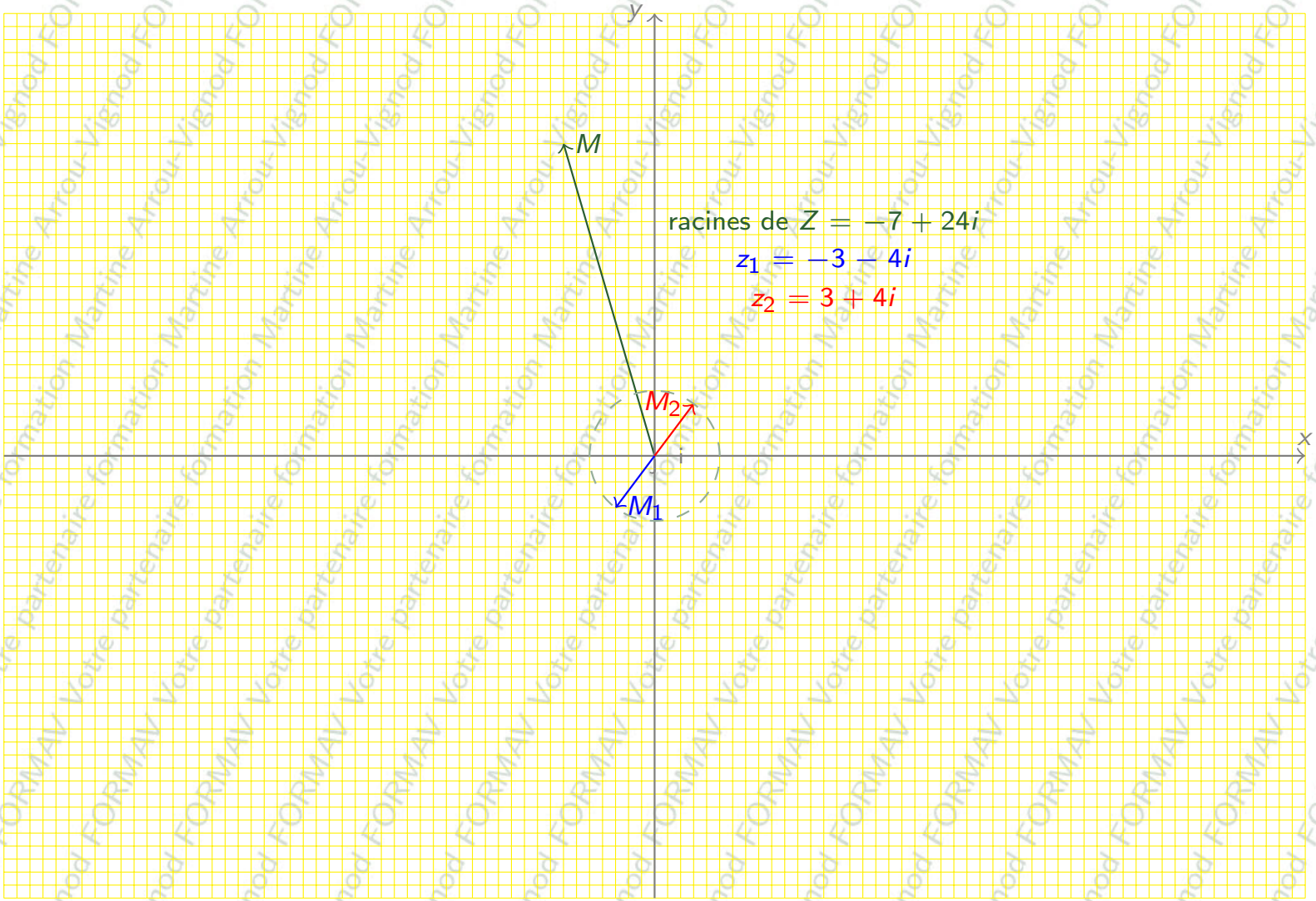
On résout le système $(S1)$ par combinaison

$$\begin{cases} x^2 = 9 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 16 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 24 & (2) \end{cases}$$

$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = -7 + 24i$ sont :
$z_1 = -3 - 4i$ $z_2 = 3 + 4i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -7 + 24i$



Exercice n° 18 :

- Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 18 Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

Solution de l'exercice n° 18 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = -5 + 12i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -5 + 12i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 18

Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 & (1) \\ 2xy = 12 & (2) \\ x^2 + y^2 = 13 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

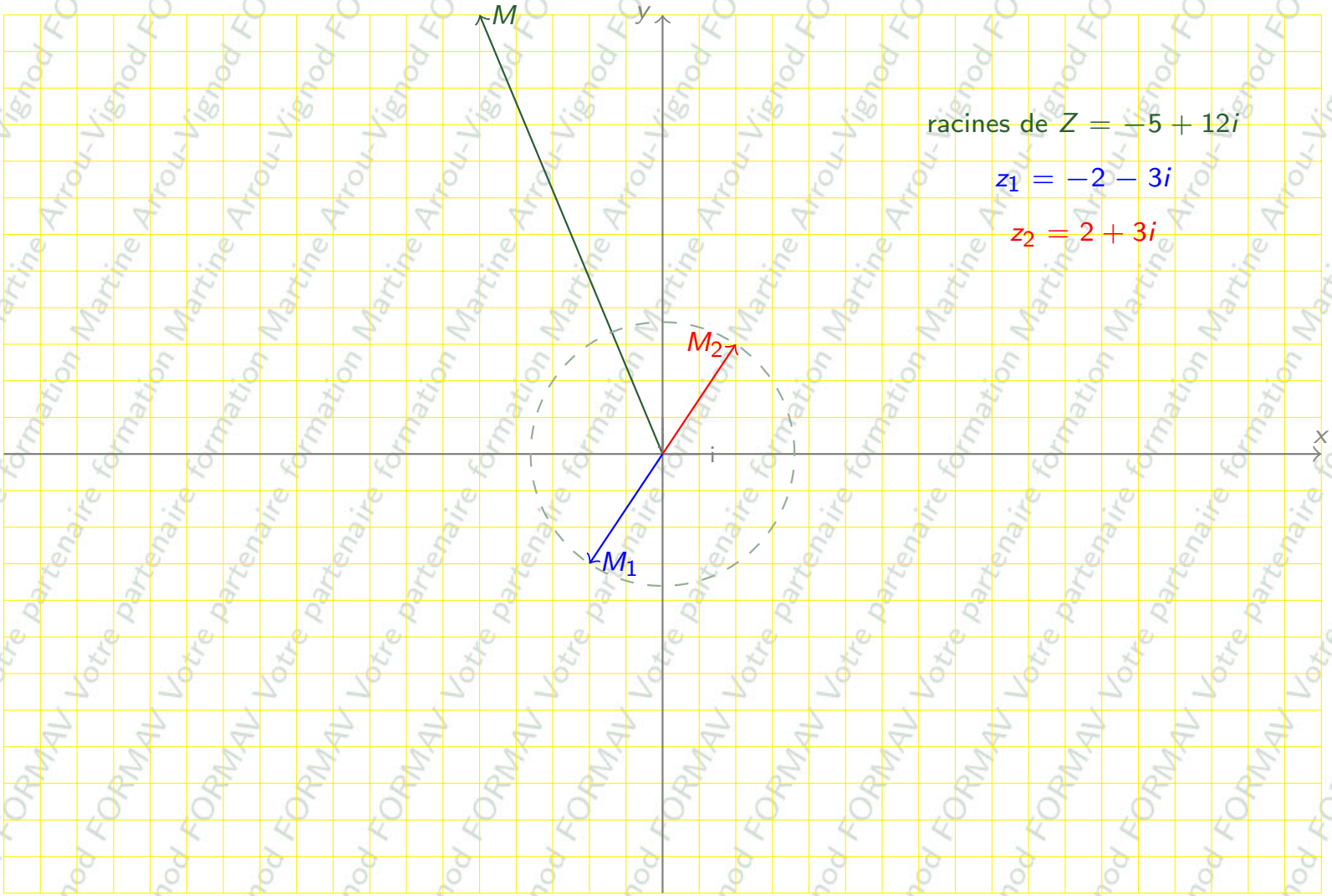
$$\begin{cases} x^2 = 4 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 9 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 12 & (2) \end{cases}$$

$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = -5 + 12i$ sont :

$z_1 = -2 - 3i \qquad z_2 = 2 + 3i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -5 + 12i$



Exercice n° 19 :

- Calculer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 19 Calculer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$

Solution de l'exercice n° 19 :

Déterminer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = Z = 3 + 4i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = 3 + 4i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2xy = 4 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2xy = 4 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 19

Calculer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 & (1) \\ 2xy = 4 & (2) \\ x^2 + y^2 = 5 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

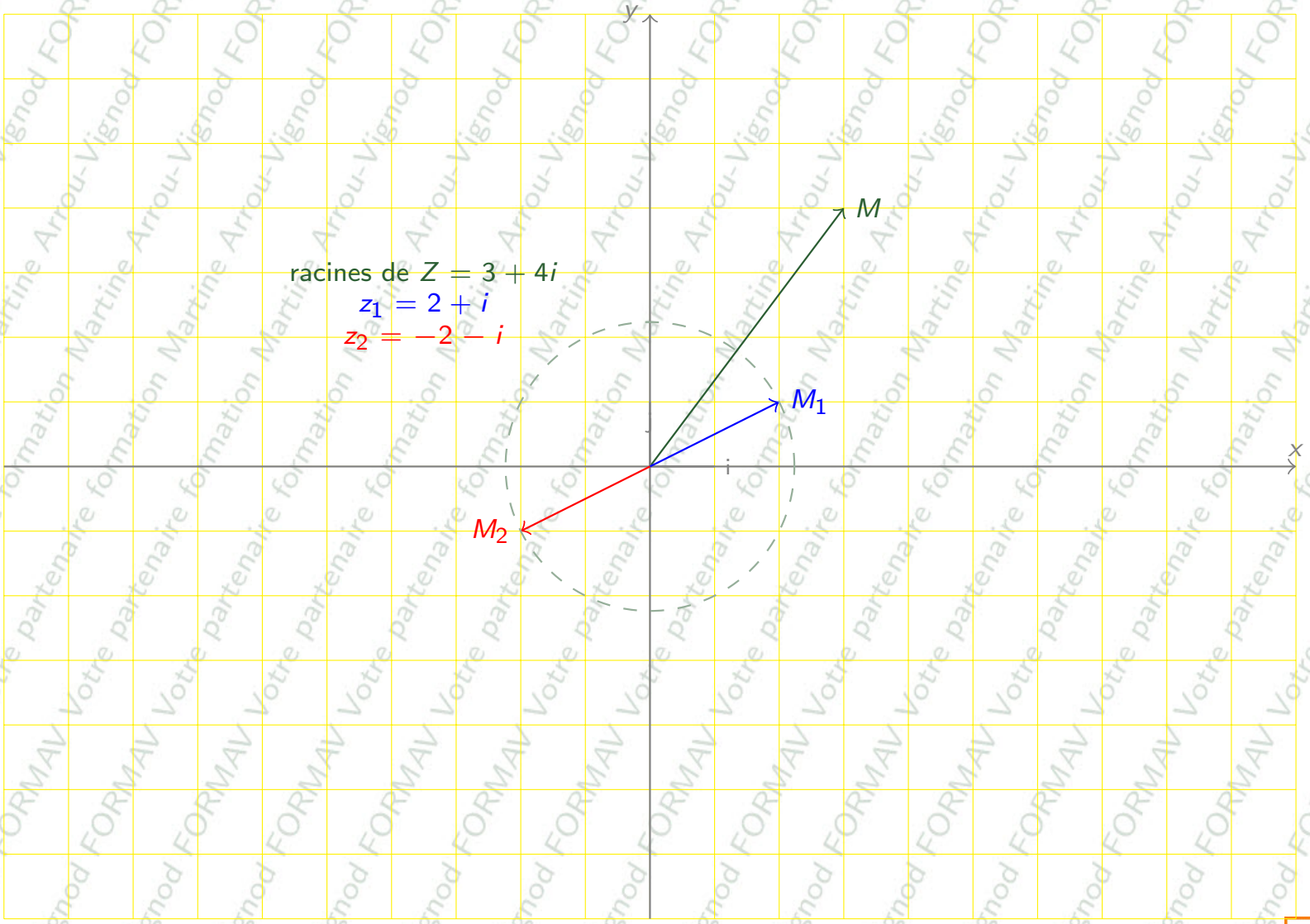
$$\begin{cases} x^2 = 4 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 1 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 4 & (2) \end{cases}$$

$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = 3 + 4i$ sont :

$z_1 = 2 + i \qquad z_2 = -2 - i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = 3 + 4i$



Exercice n° 20 :

- Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$
- Représenter dans le plan complexe les points
  - M affixe de Z
  - M_1 affixe de z_1
  - M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 20 Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

Solution de l'exercice n° 20 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x+iy)^2 = Z = -5 + 12i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -5 + 12i$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules
$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$ $(S1)$

Suite solution exercice n° 20

Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 & (1) \\ 2xy = 12 & (2) \\ x^2 + y^2 = 13 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système $(S1)$ par combinaison

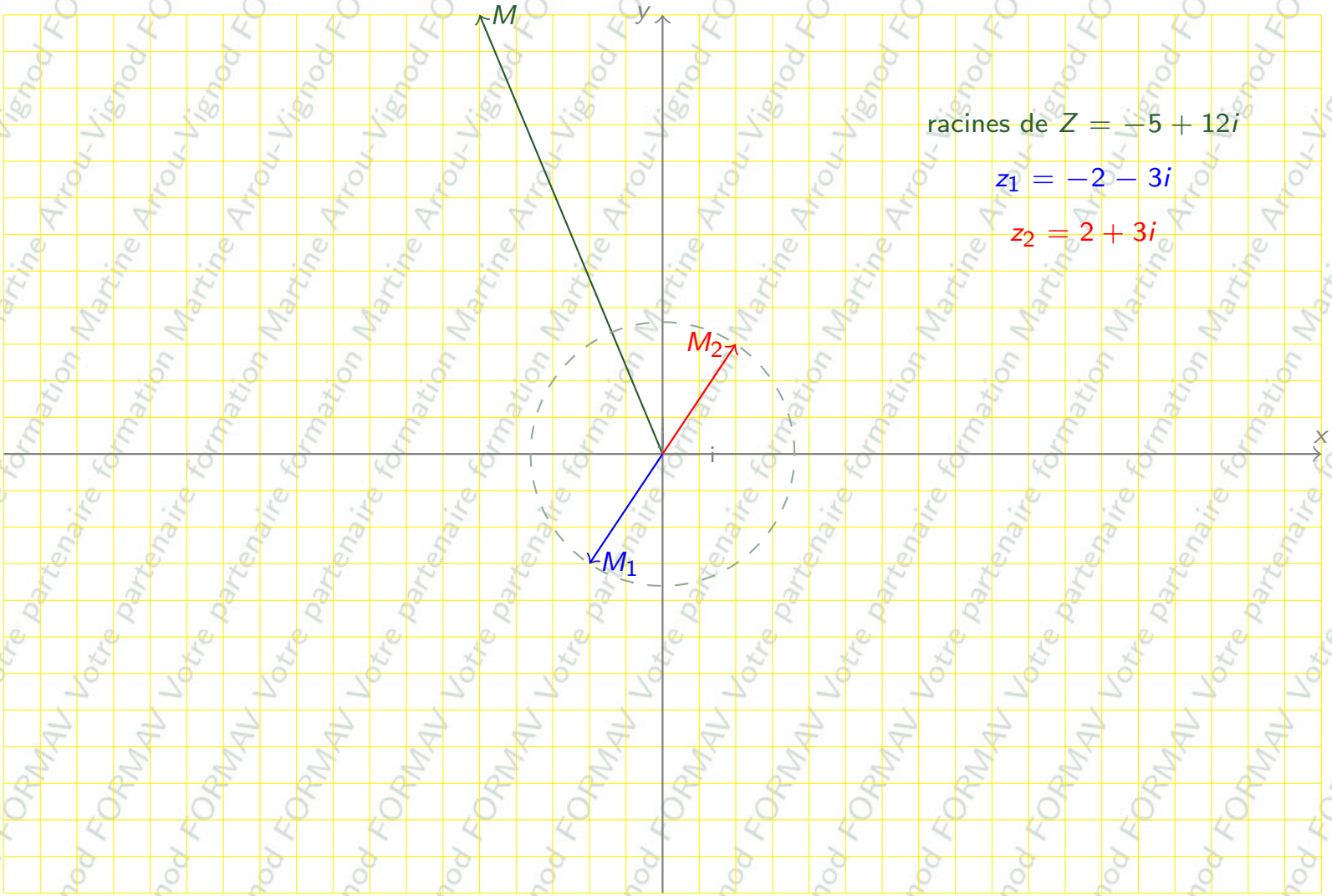
$$\begin{cases} x^2 = 4 & \dfrac{(1)+(3)}{2} \\ y^2 = 9 & \dfrac{-(1)+(3)}{2} \\ 2xy = 12 & (2) \end{cases}$$

$2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Les racines de $Z = -5 + 12i$ sont :

$z_1 = -2 - 3i \qquad z_2 = 2 + 3i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -5 + 12i$



Découvrez nos modules d'e-learning sur le site de FORMAV

- Notre E-learning en libre accès
- Abbonez-vous à notre chaîne youtube

FORMAV Ingénierie de formation

- Ce module a été réalisé par Martine Arrou-Vignod directrice de FORMAV
- Martine Arrou-Vignod est membre de l'association Gutenberg

- Martine Arrou-Vignod est ingénieur et agrégée de Mathématiques.
- Après avoir travaillé dans le centre de formation client étrangers de Thales, Martine Arrou-Vignod a enseigné à l'université de Versailles où elle a été responsable de l'enseignement des mathématiques, a développé des méthodes pédagogiques innovantes, notamment dans l'application des maths dans le domaine scientifique et technique, et a créé une section DUT par apprentissage.
- Son expérience de la formation scientifique pratique ou théorique, en milieu universitaire et industriel, son expertise pédagogique a permis le développement de FORMAV , société d'ingénierie de formation.
- Sa connaissance approfondie du milieu universitaire, des classes préparatoires, de l'enseignement à distance, de la formation clients des grands groupes industriels, de la pédagogie, permet à FORMAV de vous accompagner dans toutes vos formations.
- Sa grande maîtrise des formations à l'international(certificat d'arabe littéral de la Sorbonne) de l'enseignement à distance (e-learning et lms) permet à FORMAV de réaliser vos projets de formation à l'export notamment lors des transferts de technologie et de développer votre enseignement à distance.

Autres modules mis à disposition par FORMAV pour une utilisation non commerciale [1]

1. pour une utilisation commerciale ou en formation continue, contacter Martine Arrou-Vignod

FORMAV
22 Bd de la Libération
92370 Chaville

Pour toutes questions sur ce module ou pour découvrir nos formations en présentiel ou à distance sur LaTeX

- contacter Martine Arrou-Vignod

Pour plus de renseignements sur :

- FORMAV découvrez notre site.
- Notre plateforme client accédez à notre campus numérique.
- Notre e-learning découvrez nos modules en libre consultation.

Pour tout renseignement contactez nous :
01.47.09.22.75
contact@formav.fr

FORMAV
Ingénierie de formation