

Racines carrées d'un nombre complexe

$$z^2 = a + ib$$

Exemple d'application de la recherche de FORMAV
au domaine de l'e-learning :

- ▶ génération d'exercices corrigés à données aléatoires
- ▶ création de support de cours animés à destination de l'enseignant
- ▶ vidéos explicatives

FORMAV

martine.arrou-vignod@formav.fr

29 mai 2012

Cliquer sur les liens pour accéder à la page désirée

Plan

Utilisation du module

[Objectif](#)

[A lire](#)

Méthode animée

[Mise en équation](#)

[Résolution](#)

Méthode avec vidéo

[Mise en équation](#)

[Résolution](#)

Exercices corrigés

[n°0](#)

[n°1](#)

[n°2](#)

[n°3](#)

[n°4](#)

[n°5](#)

[n°6](#)

[n°7](#)

[n°8](#)

[n°9](#)

E-learning

[Auteur](#)

[Nous joindre](#)



Ce document sous forme d'animation est à destination de l'enseignant pour une utilisation en présentiel

- ▶ L'enseignant pourra développer l'animation au rythme de son discours
- ▶ Ce document est à ouvrir de préférence avec [TeXworks](#)

Ce document n'est pas à l'usage de l'apprenant qui a à sa disposition

- ▶ des vidéos avec commentaires sur l'organigramme
 - ▶ méthode
 - ▶ exercice n°1
 - ▶ exercice n°2
 - ▶ exercice n°3
- ▶ un module d'e-learning dans lequel les vidéos sont intégrées
 - ▶ e-learning
- ▶ des exercices résultats de notre recherche sur la génération d'exercices corrigés à données aléatoires.
 - ▶ exercices

Ce document est mis à votre disposition par la société [FORMAV](#)

- ▶ Il résulte de notre recherche sur la pédagogie, l'animation et la génération d'exercices à données aléatoires
- ▶ Vous pouvez l'utiliser pour tout usage non commercial
- ▶ Pour un usage commercial contacter [martine arrou-vignod](#)
- ▶ Ce document est protégé par le copyright
- ▶ Tous les liens externes sont en bleu : exemple [FORMAV](#) vous permet d'accéder directement en cliquant dessus au site de FORMAV.
- ▶ Le navigateur Firefox est conseillé pour lire ce document en ligne

Pour toutes remarques sur ce document ou si vous désirez plus de renseignements sur nos formations, notre e-learning, contacter [Martine Arrou-Vignod](#)

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation
Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$, équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$, équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$, équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient

$$z^2 = Z$$

$$z^2 = Z$$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient

$$z^2 = Z$$

$$z^2 = Z \iff$$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient

$$z^2 = Z$$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = a + ib$$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = a + ib \iff$$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = a + ib \iff x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = a + ib \iff x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Ce qui donne

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = a + ib \iff x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = a + ib \iff x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules $|z^2| = |Z|$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = a + ib \iff x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules $|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = a + ib \iff x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules $|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$

On obtient le système

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

Utiliser la molette de la souris pour développer l'animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = a + ib \iff x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules $|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \quad (S1)$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système (S1) par combinaison

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

$$\left\{ \begin{array}{l} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} x^2 - y^2 = a \quad (1) \\ 2xy = b \quad (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (3) \end{array} \right. \quad (S1)$$

On résout le système (S1) par combinaison

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x^2 = a + \sqrt{a^2 + b^2} \quad (1) + (3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2 + b^2} \quad -(1) + (3) \\ 2xy = b \quad (2) \end{array} \right.$$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2 + b^2} & (1) + (3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2 + b^2} & -(1) + (3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff$$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2 + b^2} & (1) + (3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2 + b^2} & -(1) + (3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2 + b^2} & (1) + (3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2 + b^2} & -(1) + (3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

l'équation (2) permet de déterminer les signes de x et y

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2 + b^2} & (1) + (3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2 + b^2} & -(1) + (3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

l'équation (2) permet de déterminer les signes de x et y
 $b > 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2 + b^2} & (1) + (3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2 + b^2} & -(1) + (3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

l'équation (2) permet de déterminer les signes de x et y
 $b > 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

$$z_1 = \frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} + i \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \quad z_2 = -z_1$$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2 + b^2} & (1) + (3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2 + b^2} & -(1) + (3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

l'équation (2) permet de déterminer les signes de x et y

$b > 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

$$z_1 = \frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} + i \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \quad z_2 = -z_1$$

$b < 0 \Rightarrow x$ et y sont de signe contraire

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2 + b^2} & (1) + (3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2 + b^2} & -(1) + (3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

l'équation (2) permet de déterminer les signes de x et y

$b > 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

$$z_1 = \frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} + i \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \quad z_2 = -z_1$$

$b < 0 \Rightarrow x$ et y sont de signe contraire

$$z_1 = -\frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} + i \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \quad z_2 = -z_1$$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Méthode sans animation

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2 + b^2} & (1) + (3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2 + b^2} & -(1) + (3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

l'équation (2) permet de déterminer les signes de x et y

$b > 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

$$z_1 = \frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} + i \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \quad z_2 = -z_1$$

$b < 0 \Rightarrow x$ et y sont de signe contraire

$$z_1 = -\frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} + i \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \quad z_2 = -z_1$$

Utiliser la molette de la souris, les flèches ci-dessous ou les flèches du clavier pour développer l'animation



Fin de la méthode

Méthode sans animation

Déterminer les racines carrées de $Z = a + ib$
équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = a + ib \iff x^2 - y^2 + 2ixy = a + ib$$

Ce qui donne $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$

On écrit l'égalité des modules $|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$

On obtient le système $\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \quad (S1)$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = a & (1) \\ 2xy = b & (2) \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} 2x^2 = a + \sqrt{a^2 + b^2} & (1) + (3) \\ 2y^2 = -a + \sqrt{a^2 + b^2} & -(1) + (3) \\ 2xy = b & (2) \end{cases} \iff \begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ y = \pm \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \\ 2xy = b \end{cases}$$

l'équation (2) permet de déterminer les signes de x et y

$b > 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signe

$$z_1 = \frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} + i \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \quad z_2 = -z_1$$

$b < 0 \Rightarrow x$ et y sont de signe contraire

$$z_1 = -\frac{\sqrt{a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} + i \frac{\sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}}{\sqrt{2}} \quad z_2 = -z_1$$

Vous trouverez dans les pages suivantes 10 exercices corrigés.

- ▶ Les données des exercices ont été générées aléatoirement.
- ▶ La solution des exercices et les graphiques sont obtenus à partir d'algorithmes de calculs.
- ▶ Le but est de fournir à l'apprenant et à l'enseignant des batteries d'exercices différents sur un thème donné.
- ▶ La génération d'exercices aléatoires peut permettre à l'enseignant de proposer des sujets de contrôle différents à chaque élève et de disposer d'une solution pour chaque sujet.
- ▶ Si vous souhaitez d'autres exercices sur ce thème ou d'autres sujets contacter [martine arrou-vignod](#)

Exercice n° 1 :

- ▶ Calculer les racines carrées de $Z = 5 + 12i$
- ▶ Représenter dans le plan complexe les points
 - ▶ M affixe de Z
 - ▶ M_1 affixe de z_1
 - ▶ M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 1

Calculer les racines carrées de $Z = 5 + 12i$

Solution de l'exercice n° 1 :

Déterminer les racines carrées de $Z = 5 + 12i$ équivalait à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = Z = 5 + 12i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = 5 + 12i$$

$$\text{Ce qui donne } \begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ 2xy = 12 \end{cases}$$

On écrit l'égalité des modules

$$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$\text{On obtient le système } \begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ 2xy = 12 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases} \quad (S1)$$

Suite solution exercice n° 1

Calculer les racines carrées de $Z = 5 + 12i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = 5 & (1) \\ 2xy = 12 & (2) \\ x^2 + y^2 = 13 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} x^2 = 9 & \frac{(1) + (3)}{2} \\ y^2 = 4 & \frac{-(1) + (3)}{2} \\ 2xy = 12 & (2) \end{cases}$$

 $2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signeLes racines de $Z = 5 + 12i$ sont :

$$z_1 = -3 - 2i$$

$$z_2 = 3 + 2i$$

n°1

n°2

n°3

n°4

n°5

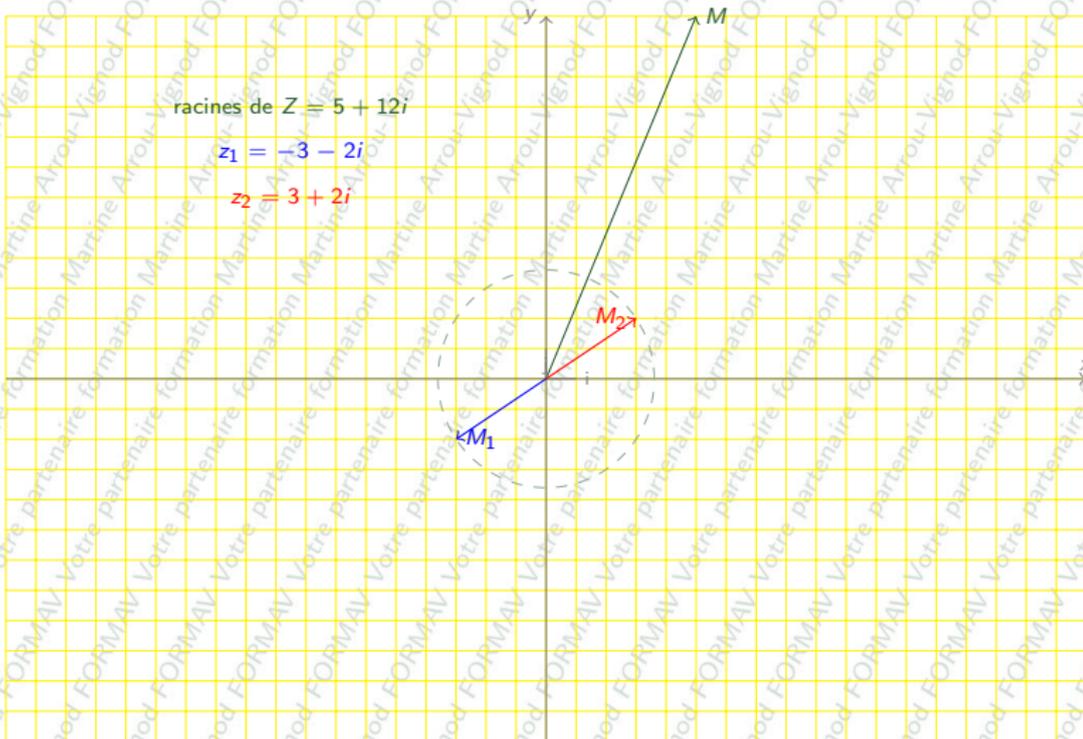
n°6

n°7

n°8

n°9

n°10

Représentation graphique des racines carrées de $Z = 5 + 12i$ 

Exercice n° 2 :

- ▶ Calculer les racines carrées de $Z \equiv 7 + 24i$
- ▶ Représenter dans le plan complexe les points
 - ▶ M affixe de Z
 - ▶ M_1 affixe de z_1
 - ▶ M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 2

Calculer les racines carrées de $Z = 7 + 24i$

Solution de l'exercice n° 2 :

Déterminer les racines carrées de $Z = 7 + 24i$ équivalent à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = Z = 7 + 24i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = 7 + 24i$$

$$\text{Ce qui donne } \begin{cases} x^2 - y^2 = 7 \\ 2xy = 24 \end{cases}$$

On écrit l'égalité des modules

$$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$$

$$\text{On obtient le système } \begin{cases} x^2 - y^2 = 7 \\ 2xy = 24 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \quad (S1)$$

Suite solution exercice n° 2

Calculer les racines carrées de $Z = 7 + 24i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = 7 & (1) \\ 2xy = 24 & (2) \\ x^2 + y^2 = 25 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

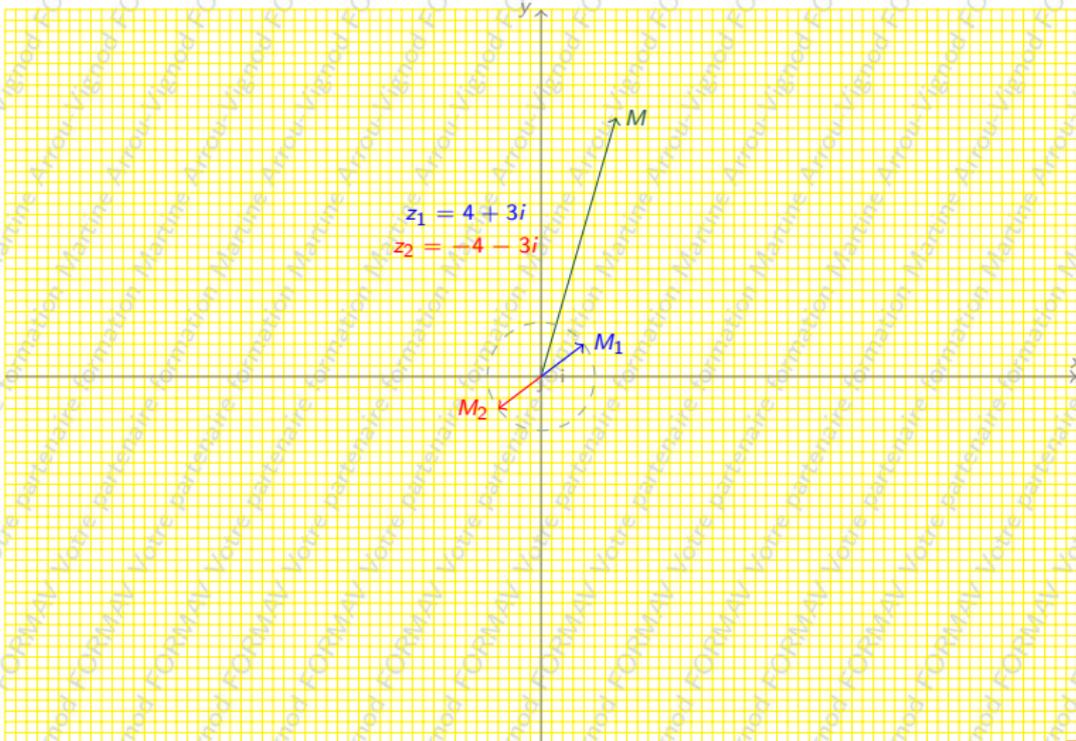
On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} x^2 = 16 & \frac{(1) + (3)}{2} \\ y^2 = 9 & \frac{-(1) + (3)}{2} \\ 2xy = 24 & (2) \end{cases}$$

 $2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signeLes racines de $Z = 7 + 24i$ sont :

$$z_1 = 4 + 3i$$

$$z_2 = -4 - 3i$$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = 7 + 24i$ racines de $Z = 7 + 24i$ 

Exercice n° 3 :

- ▶ Calculer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$
- ▶ Représenter dans le plan complexe les points
 - ▶ M affixe de Z
 - ▶ M_1 affixe de z_1
 - ▶ M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 3

Calculer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$

Solution de l'exercice n° 3 :

Déterminer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$ équivalait à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = Z = 3 + 4i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = 3 + 4i$$

$$\text{Ce qui donne } \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2xy = 4 \end{cases}$$

On écrit l'égalité des modules

$$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\text{On obtient le système } \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2xy = 4 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} \quad (S1)$$

Suite solution exercice n° 3

Calculer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$

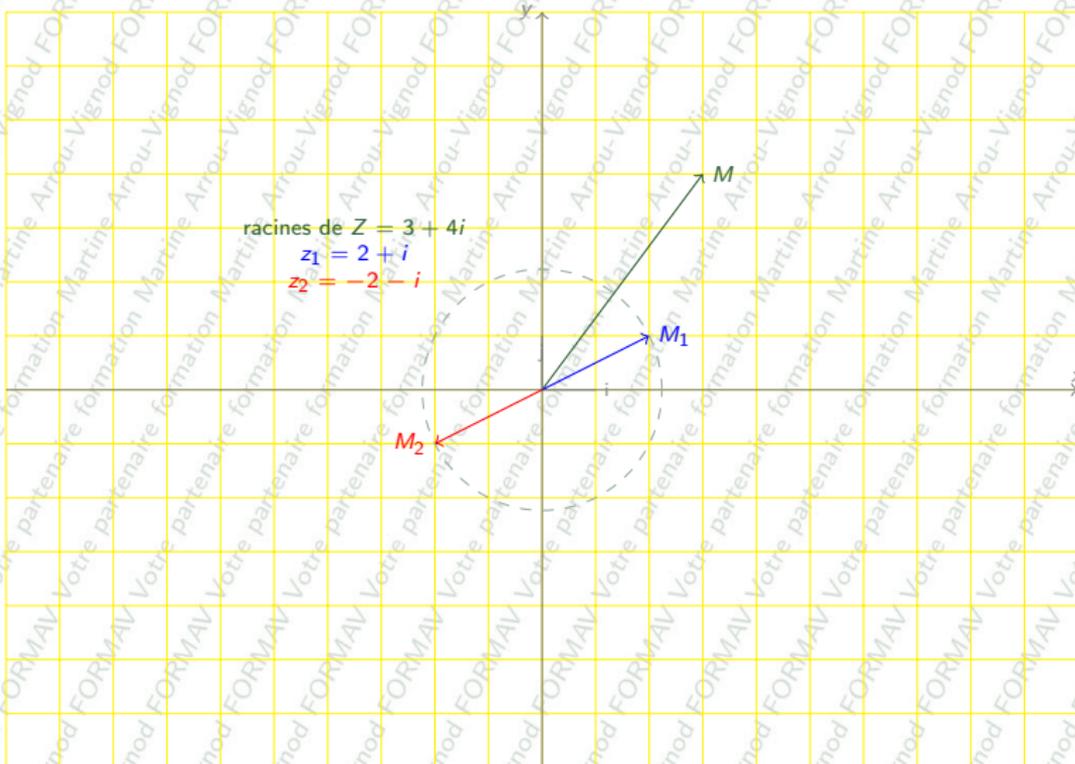
$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 & (1) \\ 2xy = 4 & (2) \\ x^2 + y^2 = 5 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} x^2 = 4 & \frac{(1) + (3)}{2} \\ y^2 = 1 & \frac{-(1) + (3)}{2} \\ 2xy = 4 & (2) \end{cases}$$

 $2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signeLes racines de $Z = 3 + 4i$ sont

$$z_1 = 2 + i \quad z_2 = -2 - i$$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = 3 + 4i$ 

Exercice n° 4 :

- ▶ Calculer les racines carrées de $Z \equiv 15 + 8i$
- ▶ Représenter dans le plan complexe les points
 - ▶ M affixe de Z
 - ▶ M_1 affixe de z_1
 - ▶ M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 4

Calculer les racines carrées de $Z = 15 + 8i$

Solution de l'exercice n° 4 :

Déterminer les racines carrées de $Z = 15 + 8i$ équivalent à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = Z = 15 + 8i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = 15 + 8i$$

$$\text{Ce qui donne } \begin{cases} x^2 - y^2 = 15 \\ 2xy = 8 \end{cases}$$

On écrit l'égalité des modules

$$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$$

$$\text{On obtient le système } \begin{cases} x^2 - y^2 = 15 \\ 2xy = 8 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases} \quad (S1)$$

Suite solution exercice n° 4

Calculer les racines carrées de $Z = 15 + 8i$

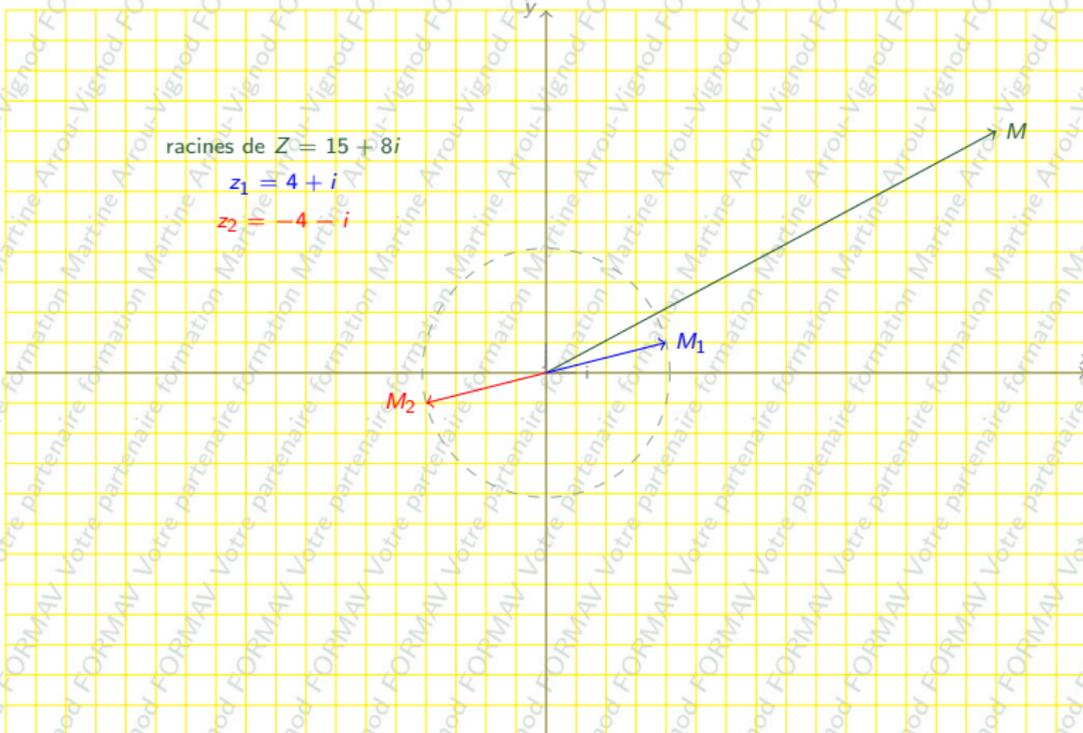
$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = 15 & (1) \\ 2xy = 8 & (2) \\ x^2 + y^2 = 17 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} x^2 = 16 & \frac{(1) + (3)}{2} \\ y^2 = 1 & \frac{-(1) + (3)}{2} \\ 2xy = 8 & (2) \end{cases}$$

 $2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signeLes racines de $Z = 15 + 8i$ sont :

$$z_1 = 4 + i \quad z_2 = -4 - i$$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = 15 + 8i$ 

Exercice n° 5 :

- ▶ Calculer les racines carrées de $Z \equiv -7 + 24i$
- ▶ Représenter dans le plan complexe les points
 - ▶ M affixe de Z
 - ▶ M_1 affixe de z_1
 - ▶ M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 5

Calculer les racines carrées de $Z = -7 + 24i$

Solution de l'exercice n° 5 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -7 + 24i$ équivalent à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = Z = -7 + 24i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -7 + 24i$$

$$\text{Ce qui donne } \begin{cases} x^2 - y^2 = -7 \\ 2xy = 24 \end{cases}$$

On écrit l'égalité des modules

$$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$$

$$\text{On obtient le système } \begin{cases} x^2 - y^2 = -7 \\ 2xy = 24 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \quad (S1)$$

Suite solution exercice n° 5

Calculer les racines carrées de $Z = -7 + 24i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -7 & (1) \\ 2xy = 24 & (2) \\ x^2 + y^2 = 25 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

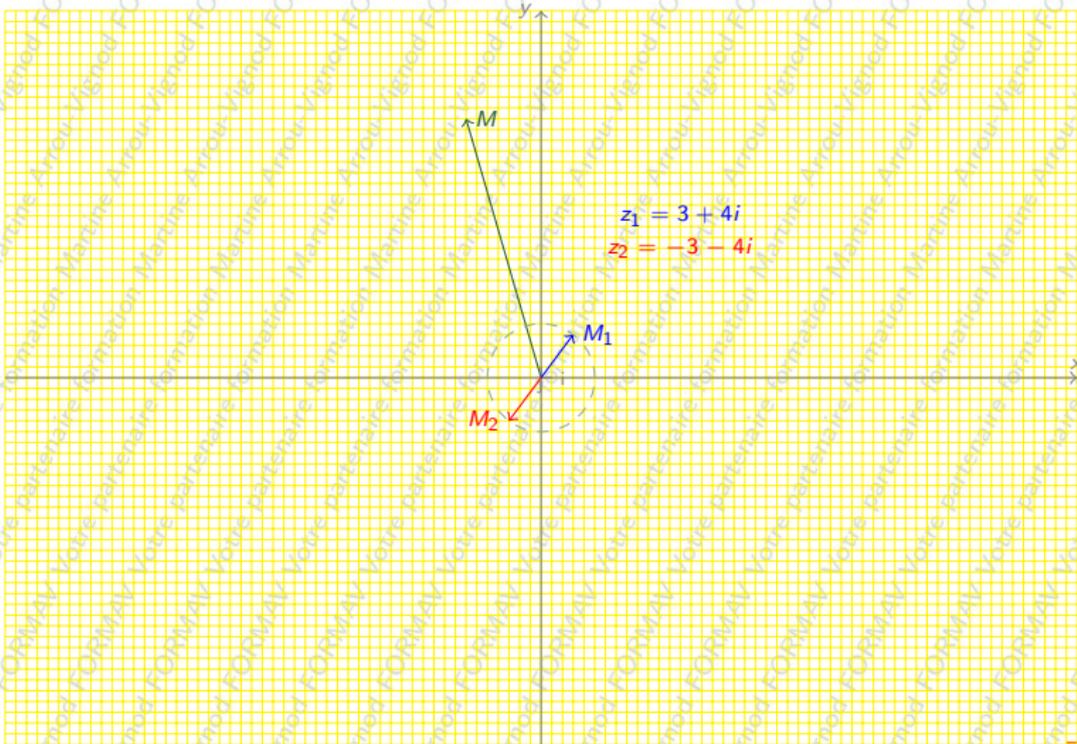
On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} x^2 = 9 & \frac{(1) + (3)}{2} \\ y^2 = 16 & \frac{-(1) + (3)}{2} \\ 2xy = 24 & (2) \end{cases}$$

 $2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signeLes racines de $Z = -7 + 24i$ sont :

$z_1 = 3 + 4i$

$z_2 = -3 - 4i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -7 + 24i$ racines de $Z = -7 + 24i$ 

Exercice n° 6 :

- ▶ Calculer les racines carrées de $Z \equiv -15 - 8i$
- ▶ Représenter dans le plan complexe les points
 - ▶ M affixe de Z
 - ▶ M_1 affixe de z_1
 - ▶ M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 6

Calculer les racines carrées de $Z = -15 - 8i$

Solution de l'exercice n° 6 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -15 - 8i$ équivalent à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = Z = -15 - 8i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -15 - 8i$$

$$\text{Ce qui donne } \begin{cases} x^2 - y^2 = -15 \\ 2xy = -8 \end{cases}$$

On écrit l'égalité des modules

$$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$$

$$\text{On obtient le système } \begin{cases} x^2 - y^2 = -15 \\ 2xy = -8 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases} \quad (S1)$$

Suite solution exercice n° 6

Calculer les racines carrées de $Z = -15 - 8i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -15 & (1) \\ 2xy = -8 & (2) \\ x^2 + y^2 = 17 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

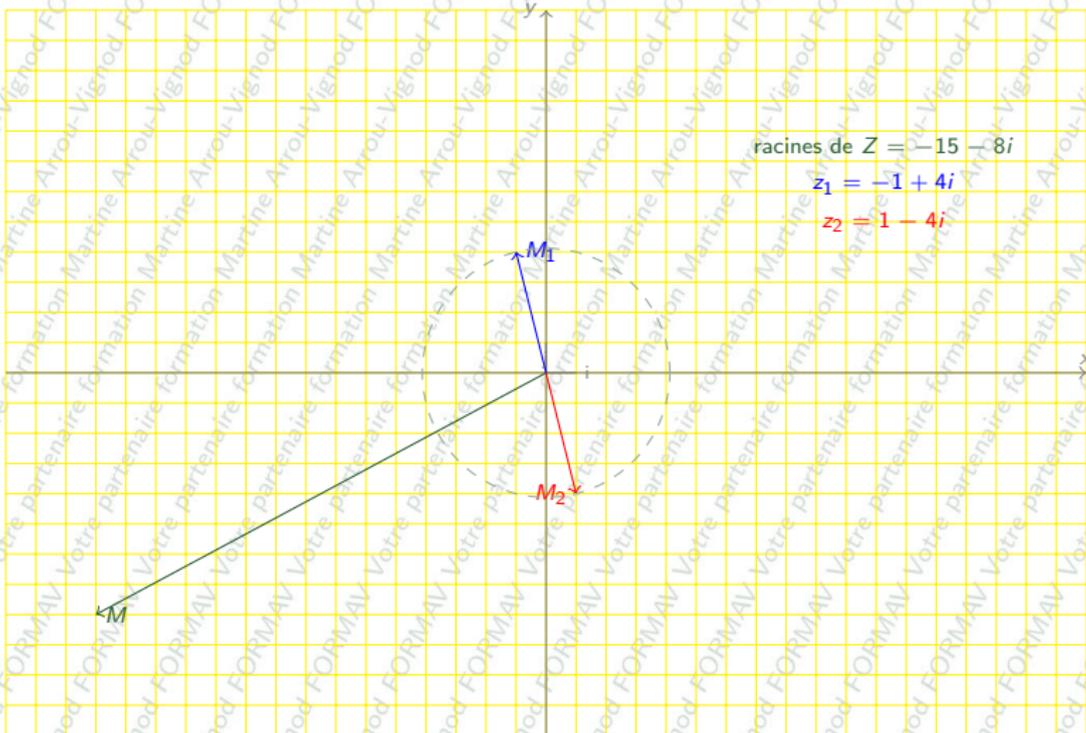
On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} x^2 = 1 & \frac{(1) + (3)}{2} \\ y^2 = 16 & \frac{-(1) + (3)}{2} \\ 2xy = -8 & (2) \end{cases}$$

 $2xy \leq 0 \rightarrow x$ et y sont de signe contraireLes racines de $Z = -15 - 8i$ sont :

$z_1 = -1 + 4i$

$z_2 = 1 - 4i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -15 - 8i$ 

Exercice n° 7 :

- ▶ Calculer les racines carrées de $Z \equiv -5 - 12i$;
- ▶ Représenter dans le plan complexe les points
 - ▶ M affixe de Z
 - ▶ M_1 affixe de z_1
 - ▶ M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 7

Calculer les racines carrées de $Z = -5 - 12i$

Solution de l'exercice n° 7 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -5 - 12i$ équivalent à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = Z = -5 - 12i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -5 - 12i$$

$$\text{Ce qui donne } \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = -12 \end{cases}$$

On écrit l'égalité des modules

$$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$\text{On obtient le système } \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = -12 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases} \quad (S1)$$

Suite solution exercice n° 7

Calculer les racines carrées de $Z = -5 - 12i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 & (1) \\ 2xy = -12 & (2) \\ x^2 + y^2 = 13 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

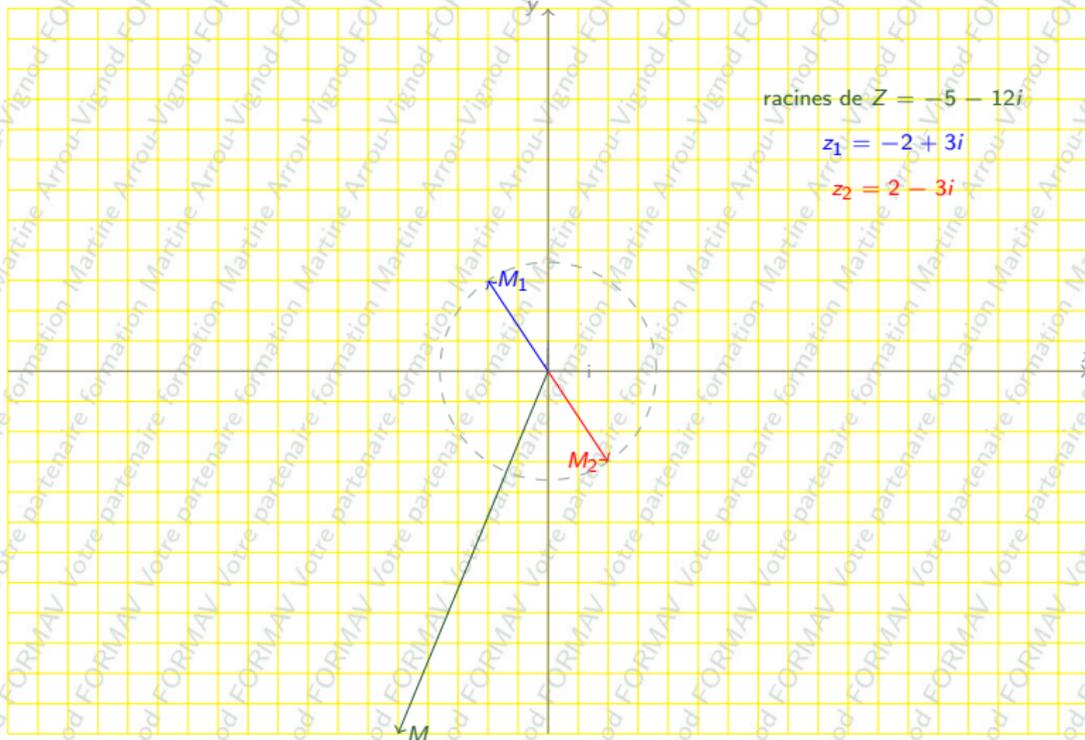
On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} x^2 = 4 & \frac{(1) + (3)}{2} \\ y^2 = 9 & \frac{-(1) + (3)}{2} \\ 2xy = -12 & (2) \end{cases}$$

 $2xy \leq 0 \rightarrow x$ et y sont de signe contraireLes racines de $Z = -5 - 12i$ sont :

$z_1 = -2 + 3i$

$z_2 = 2 - 3i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -5 - 12i$ 

Exercice n° 8 :

- ▶ Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$
- ▶ Représenter dans le plan complexe les points
 - ▶ M affixe de Z
 - ▶ M_1 affixe de z_1
 - ▶ M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 8

Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

Solution de l'exercice n° 8 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$ équivalent à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = Z = -5 + 12i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -5 + 12i$$

$$\text{Ce qui donne } \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \end{cases}$$

On écrit l'égalité des modules

$$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$\text{On obtient le système } \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases} \quad (S1)$$

Suite solution exercice n° 8

Calculer les racines carrées de $Z = -5 + 12i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 & (1) \\ 2xy = 12 & (2) \\ x^2 + y^2 = 13 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

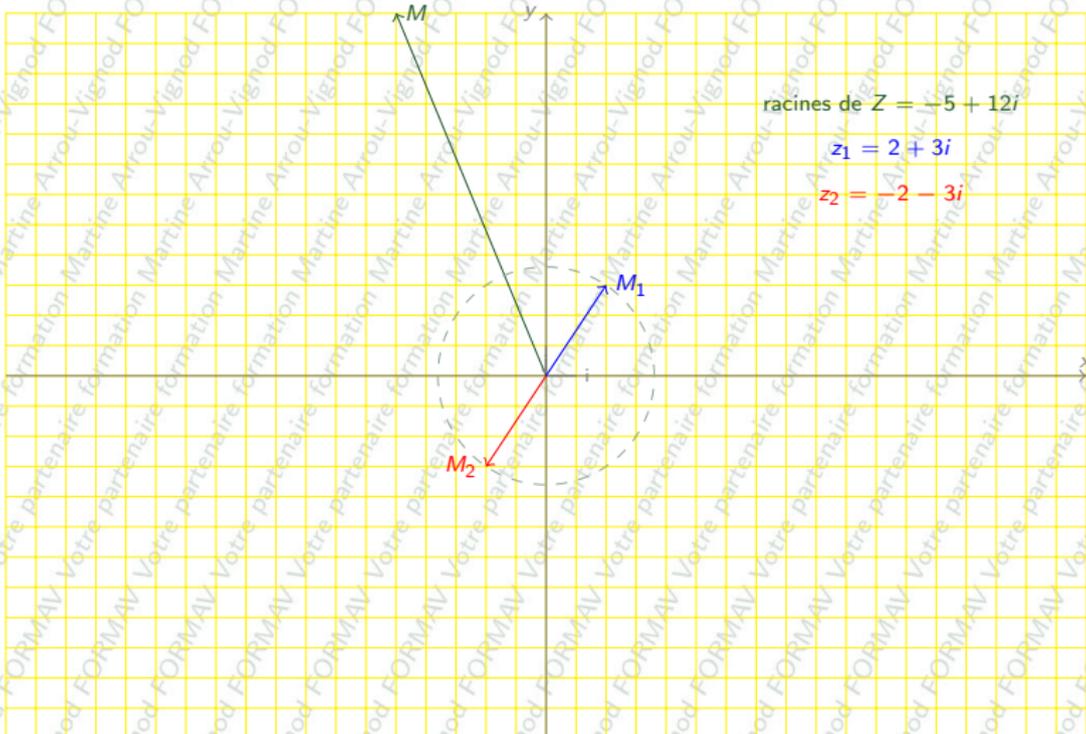
On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} x^2 = 4 & \frac{(1) + (3)}{2} \\ y^2 = 9 & \frac{-(1) + (3)}{2} \\ 2xy = 12 & (2) \end{cases}$$

 $2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signeLes racines de $Z = -5 + 12i$ sont :

$z_1 = 2 + 3i$

$z_2 = -2 - 3i$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -5 + 12i$ 

Exercice n° 9 :

- ▶ Calculer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$
- ▶ Représenter dans le plan complexe les points
 - ▶ M affixe de Z
 - ▶ M_1 affixe de z_1
 - ▶ M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 9

Calculer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$

Solution de l'exercice n° 9 :

Déterminer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$ équivalent à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = Z = 3 + 4i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = 3 + 4i$$

$$\text{Ce qui donne } \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2xy = 4 \end{cases}$$

On écrit l'égalité des modules

$$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\text{On obtient le système } \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2xy = 4 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} \quad (S1)$$

Suite solution exercice n° 9

Calculer les racines carrées de $Z = 3 + 4i$

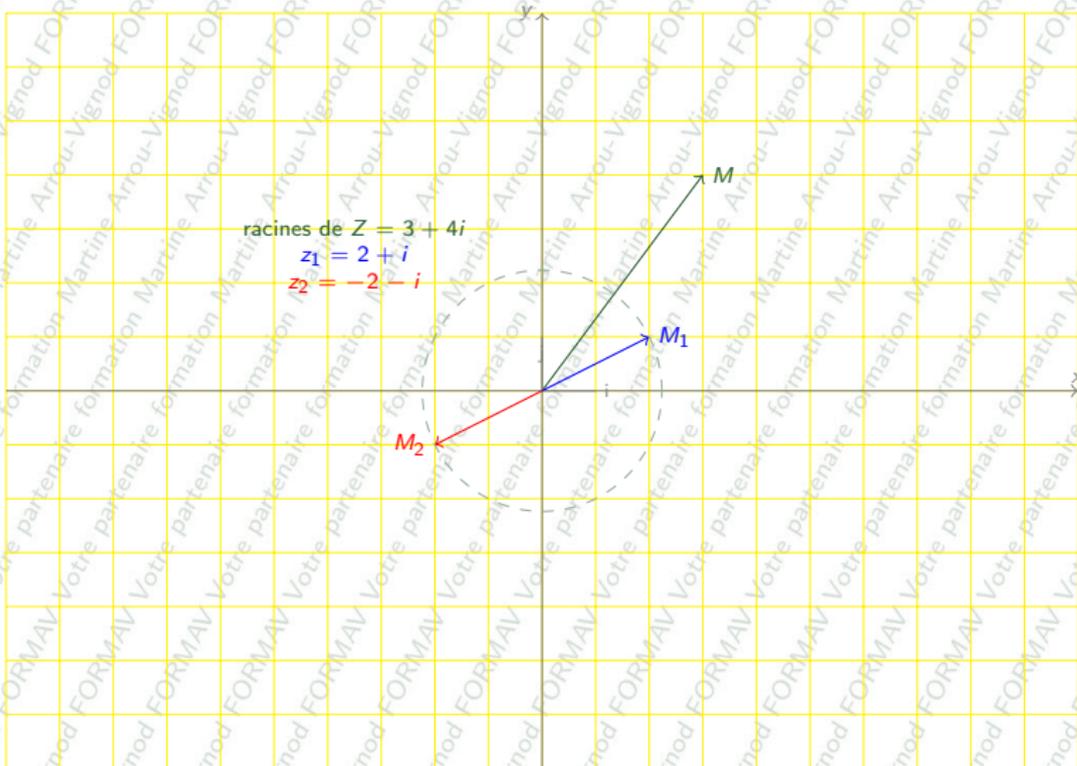
$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 & (1) \\ 2xy = 4 & (2) \\ x^2 + y^2 = 5 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} x^2 = 4 & \frac{(1) + (3)}{2} \\ y^2 = 1 & \frac{-(1) + (3)}{2} \\ 2xy = 4 & (2) \end{cases}$$

 $2xy \geq 0 \Rightarrow x$ et y sont de même signeLes racines de $Z = 3 + 4i$ sont

$$z_1 = 2 + i \quad z_2 = -2 - i$$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = 3 + 4i$ 

Exercice n° 10:

- ▶ Calculer les racines carrées de $Z \equiv -21 - 20i$
- ▶ Représenter dans le plan complexe les points
 - ▶ M affixe de Z
 - ▶ M_1 affixe de z_1
 - ▶ M_2 affixe de z_2

Solution exercice n° 10

Calculer les racines carrées de $Z = -21 - 20i$

Solution de l'exercice n° 10 :

Déterminer les racines carrées de $Z = -21 - 20i$ équivaut à trouver nombres complexes $z = x + iy$ qui vérifient $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \iff (x + iy)^2 = Z = -21 - 20i \iff x^2 - y^2 + 2ixy = Z = -21 - 20i$$

$$\text{Ce qui donne } \begin{cases} x^2 - y^2 = -21 \\ 2xy = -20 \end{cases}$$

On écrit l'égalité des modules

$$|z^2| = |Z| \iff x^2 + y^2 = \sqrt{21^2 + 20^2} = 29$$

$$\text{On obtient le système } \begin{cases} x^2 - y^2 = -21 \\ 2xy = -20 \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases} \quad (S1)$$

Suite solution exercice n° 10

Calculer les racines carrées de $Z = -21 - 20i$

$$\begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = -21 & (1) \\ 2xy = -20 & (2) \\ x^2 + y^2 = 29 & (3) \end{cases} \quad (S1)$$

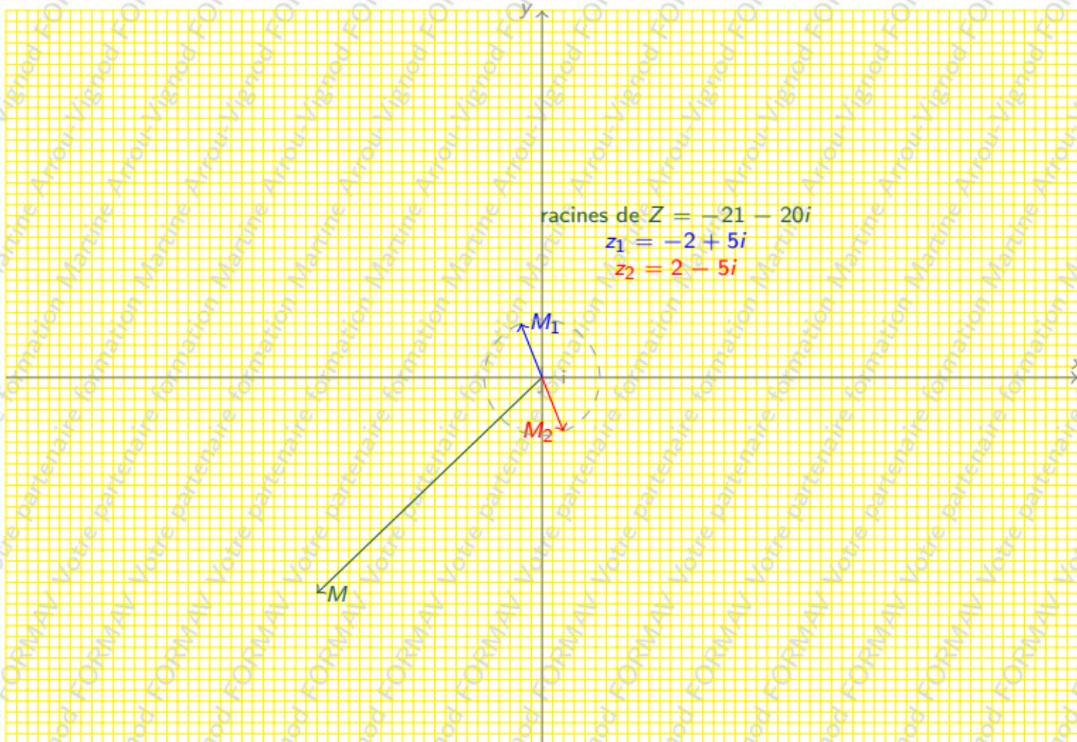
On résout le système (S1) par combinaison

$$\begin{cases} x^2 = 4 & \frac{(1) + (3)}{2} \\ y^2 = 25 & \frac{-(1) + (3)}{2} \\ 2xy = -20 & (2) \end{cases}$$

 $2xy \leq 0 \rightarrow x$ et y sont de signe contraireLes racines de $Z = -21 - 20i$ sont :

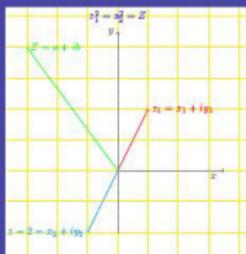
$$z_1 = -2 + 5i$$

$$z_2 = 2 - 5i$$

Représentation graphique des racines carrées de $Z = -21 - 20i$ 

$$z^2 = 1 - i\sqrt{3}$$

Racines carrées d'un nombre complexe



Martine
Amou-Vignod

$$z^2 = \alpha + i\beta$$

- ▶ Ce module a été réalisé par Martine Arrou-Vignod directrice de [FORMAV](#)
- ▶ Martine Arrou-Vignod est membre de l'association [Gutenberg](#)



- ▶ Martine Arrou-Vignod est ingénieur et agrégée de Mathématiques.
- ▶ Après avoir travaillé dans le centre de formation client étrangers de Thales, Martine Arrou-Vignod a enseigné à l'université de Versailles où elle a été responsable de l'enseignement des mathématiques, a développé des méthodes pédagogiques innovantes, notamment dans l'application des maths dans le domaine scientifique et technique, et a créé une section DUT par apprentissage.
- ▶ Son expérience de la formation scientifique pratique ou théorique, en milieu universitaire et industriel, son expertise pédagogique a permis le développement de [FORMAV](#), société d'ingénierie de formation.
- ▶ Sa connaissance approfondie du milieu universitaire, des classes préparatoires, de l'enseignement à distance, de la formation clients des grands groupes industriels, de la pédagogie, permet à [FORMAV](#) de vous accompagner dans toutes vos formations.
- ▶ Sa grande maîtrise des formations à l'international(certificat d'arabe littéral de la Sorbonne) de l'enseignement à distance (e-learning et lms) permet à [FORMAV](#) de réaliser vos projets de formation à l'export notamment lors des transferts de technologie et de développer votre enseignement à distance.

▶ Autres modules mis à disposition par [FORMAV](#) pour une utilisation non commerciale ¹

◀ retour

plan

▶ suite

1. pour une utilisation commerciale ou en formation continue, contacter [Martine Arrou-Vignod](#)

FORMAV
22 Bd de la Libération
92370 Chaville

Pour toutes questions sur ce module ou pour découvrir nos formations en présentiel ou à distance sur LaTeX

- ▶ contacter [Martine Arrou-Vignod](#)

Pour plus de renseignements sur :

- ▶ FORMAV [découvrez notre site](#).
- ▶ Notre plateforme client [accédez à notre campus numérique](#).
- ▶ Notre e-learning [découvrez nos modules en libre consultation](#).

Pour tout renseignement contactez nous :
01.47.09.22.75
contact@formav.fr

site



campus numérique



e-learning

